Prisma-Technica

Transistors
Karakteristieke eigenschappen

PRISMA-TECHNICA

20

R. D. Thornton e.a.

TRANSISTORS

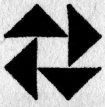
PRISMA-TECHNICA
BIBLIOTHEEK VOOR MODERNE TECHNICI

REDACTIERAAD
ir. A. Assink; dr. ir. P. M. E. M. van der Grinten
ir. Th. Kwaaitaal; ir. J. Muller
prof. dr. C. F. Veenemans; prof. dr. H. de Waard
H. van Wijk

PRISMA-TECHNICA
20

RICHARD D. THORNTON/DAVID DEWITT/
PAUL E. GRAY/E.R. CHENETTE

TRANSISTORS KARAKTERISTIEKE EIGENSCHAPPEN



UITGEVERIJ HET SPECTRUM N.V.
UTRECHT/ANTWERPEN

Oorspronkelijke titel:
Characteristics and Limitations of Transistors.
Copyright © 1966 Education Development Center (formerly Educational Services Incorporated) Newton, Massachusetts, U.S.A., Exclusive Foreign Agent, John Wiley & Sons, Inc., New York City, New York. No part of the material covered by this copyright may be reproduced in any form without written permission of Education Development Center.
Authorized translation from English language edition published by John Wiley & Sons, Inc., New York. Copyright © 1966 by Education Development Center (formely Educational Services Incorporated). All rights reserved.
Vertaald door H. Oosthoek
Omslag: Cees van Dorland

This translation copyright © 1970 by Het Spectrum
No part of this book may be reproduced in any form, by print, photoprint, microfilm or any other means without written permission from the publisher.
Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotocopie, microfilm of op welke andere wijze ook zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

INHOUD

1. TRANSISTORGEDRAG BIJ EXTREME STROOM- EN SPANNINGSWAARDEN

1.1. Inleiding 9
1.2. Differentiële stroomversterking bij lage collectorstroomsterkten 12
1.3. Sterke injectie in het basisgebied 15
1.3.1. Inleiding 15
1.3.2. Minderheidstransport in de basis 17
1.3.3. Dragersinjectie in de emitter bij hoge stroomsterkten 19
1.3.4. Elektrostatische potentiaalverliezen in de basis bij hoge stroomsterkten 21
1.3.5. Samenvatting van de gevolgen van sterke injectie in de basis 25
1.4. Transversale ohmse spanningsverliezen in het basisgebied 27
1.4.1. Inleiding 27
1.4.2. Componenten van de transversale ohmse spanningsverliezen 28
1.4.3. Analyse van het actieve basisdeel bij beperkte injectie 30
1.4.4. Modificaties welke bij sterke injectie nodig zijn 34
1.4.5. Samenvatting van de gevolgen van transversale spanningsverliezen in de basis 36
1.5. Weerstand van het collectormateriaal 37
1.6. Verloop van de basisdikte met het werkpunt 40
1.6.1. Inleiding 40
1.6.2. De invloed van de collectorspanning op de basisdikte 41
1.6.3. Invloed van de collectorstroom op de basisdikte 44
1.7. Lawinevermenigvuldiging in de collectorjunctie 45
1.7.1. Inleiding 45
1.7.2. Veranderingen in het differentiële gedrag ten gevolge van lawinevermenigvuldiging 46
1.7.3. Veranderingen in de uitgangskarakteristieken (bij gelijkstroom) 49
1.8. Invloed van de werkomstandigheden op de elektrische parameters 52
1.8.1. Inleiding 52
1.8.2. De steilheid bij hoge collectorstroomsterkten 53
1.8.3. Kortsluitstroomversterking bij gemeenschappelijke-emitteraansluiting 54
1.8.4. Hoogfrequentgedrag – f_T 55
1.8.5. De differentiële basisweerstand 59
1.9. Nominale stroom- en spanningswaarden van transistors 60
1.9.1. Inleiding 60
1.9.2. Nominale collectorspanning 60
1.9.3. Nominale collectorstroom 61

2. TEMPERATUURS- EN VERMOGENSBEGRENZINGEN VAN TRANSISTORS
2.1. Inleiding 62
2.2. Temperatuurs- en dissipatiebegrenzingen 62
2.2.1. Inleiding 62
2.2.2. Begrenzing van de opslagtemperatuur 62
2.2.3. Begrenzing van de werktemperatuur 63
2.2.4. Nominale energiedissipatie en thermische weerstand 64
2.2.5. De nominale energiedissipatie onder dynamische omstandigheden 67
2.3. Thermische instabiliteiten 68
2.3.1. Inleiding 68
2.3.2. Gewone thermische instabiliteit 70
2.3.3. Laterale thermische instabiliteit en plaatselijke oververhitting 73

3. SNELHEIDSBEGRENZINGEN
3.1. Inleiding 77
3.2. Enkele begrenzingen van het versterkings-bandbreedteprodukt bij gemeenschappelijke-emitterconfiguratie 77
3.2.1. Inleiding 77
3.2.2. De stroomversterking 78
3.2.3. De spanningsversterking 86
3.2.4. De invloed van de belasting 88
3.2.5. Versterkings-snelheidsbegrenzingen van unilaterale versterkers 91
3.3. Maximale oscillatiefrequenties 94
3.3.1. Inleiding 94
3.3.2. Bepaling van ω_{max} aan de hand van het complexe vermogen 95
3.3.3. Door σ_{max} opgelegde snelheidsbeperkingen 107
3.3.4. Meer algemene beperkingen in het s-vlak 111
3.4. Snelheidsbeperkingen voor grote signalen 112
3.4.1. Inleiding 112
3.4.2. Begrenzing van du/dt 112
3.4.3. Begrenzing van di/dt 117

4. RUIS
4.1. Inleiding 120
4.2 De invloed van ruisbronnen 120
4.2.1. Inleiding 120
4.2.2. De optelling van ruisbronnen 121
4.2.3. Frequentiespectrum 121
4.3. De ruis in junctiediodes 124
4.3.1. Hagelruis bij tegenvoorspanning 124
4.3.2. Hagelruis bij doorlaatvoorspanning 127

4.3.3. Weerstandsruis 130
4.3.4. Flikkerruis 131
4.4. Ruisbronnen in een transistor 132
4.4.1. Inleiding 132
4.4.2. Hagelruis ten gevolge van de instelstromen 132
4.4.3. De ruis van de basisweerstand 136
4.5. Het ruisgedrag van gemeenschappelijke-emitterversterkers 138
4.5.1. Inleiding 138
4.5.2. De ruistemperatuur 138
4.5.3. Vermindering van de ruis als $r_x = 0$ 140
4.5.4. Optimale voorspanning om de ruis zo klein mogelijk te maken 143
4.5.5. Grafische voorstelling van het ruisgedrag 147
4.5.6. De ruisfactor en de ruisweerstand 150
4.6. Ruisberekeningen voor frequentieafhankelijke netwerken 151
4.6.1. Inleiding 151
4.6.2. Berekening van de spectrale dichtheid aan de uitgang bij één ruisbroningang 151
4.6.3. De ruis-bandbreedte 153
4.6.4. Berekening van de spectrale dichtheid aan de uitgang bij meerdere ruisbroningangen 154
4.6.5. Frequentieafhankelijkheid van de ruistemperatuur 155

GEBRUIKTE SYMBOLEN 159

REGISTER 163

1. TRANSISTORGEDRAG BIJ EXTREME STROOM- EN SPANNINGSWAARDEN

1.1. INLEIDING

Het globale elektrische gedrag van transistors (het gedrag onder verwaarlozing van secundaire effecten) kan door verschillende vervangingsschema's (modellen) worden voorgesteld. Het in fig.1.1a afgebeelde hybride-π-model dat een lineair karakter heeft en voor kleine- of differentiële signalen geldt (signalen waarbij de transistorvariabelen slechts betrekkelijk geringe veranderingen ondergaan), is één van de gebruikelijke voorstellingen. Een andere wordt gegeven door het ladingopslagmodel, dat het dynamische gedrag van de transistor (waarmee het gedrag bij snelle veranderingen van de ingangsvariabelen wordt bedoeld) beschrijft en niet-lineair is; onder stationaire gelijkstroomomstandigheden gaat dit model over in het twee-diodemodel van fig.1.1b, een voorstelling van de Ebers-Moll-vergelijkingen. De lezer wordt verondersteld op de hoogte te zijn van deze vervangingsschema's en hun gebruik in schakelingen, alsmede de fysische elektronica waarop ze gebaseerd zijn.

De lineaire versterking van de transistor is in het hybride-π-model door de afhankelijke stroomgenerator voorgesteld. Bij beperkte injectie is de *steilheid* g_m:

$$g_m = \frac{e|I_C|}{kT} \tag{1.1}$$

waarin I_C de collectorstroom (gelijkstroom) bij het werkpunt voorstelt, en kT/e de *thermische spanning* (25 mV bij $T = 290\,°K = 18\,°C$). De weerstand r_π stelt de recombinatie van minderheidsdragers in de basis en de emitter voor. r_π vertoont het volgende verband met de differentiële kortsluitstroomversterking bij gemeenschappelijke-emitteraansluiring α_{eo}:

$$g_m r_\pi = \alpha_{eo}$$

De capaciteit C_π stelt de invloed van de ruimteladingscapaciteit bij de emitterjunctie voor, en ook de opslag van overmaat dragers in de basis- en emittergebieden. Dat wil zeggen:

$$C_u = C_b + C_{je}$$

waarin C_b de basis- (en emitter-) oplaadcapaciteit en C_{je} de capaciteit van de emitter-ruimteladingslaag voorstelt.

De capaciteit C_μ brengt voornamelijk de capaciteit van de collector-ruimteladingslaag in rekening.

De uitgangsweerstand r_o, de terugkoppelingsweerstand r_μ en een kleine component van C_μ stellen alle effecten van de basisdiktemodulatie voor, welke wordt veroorzaakt door

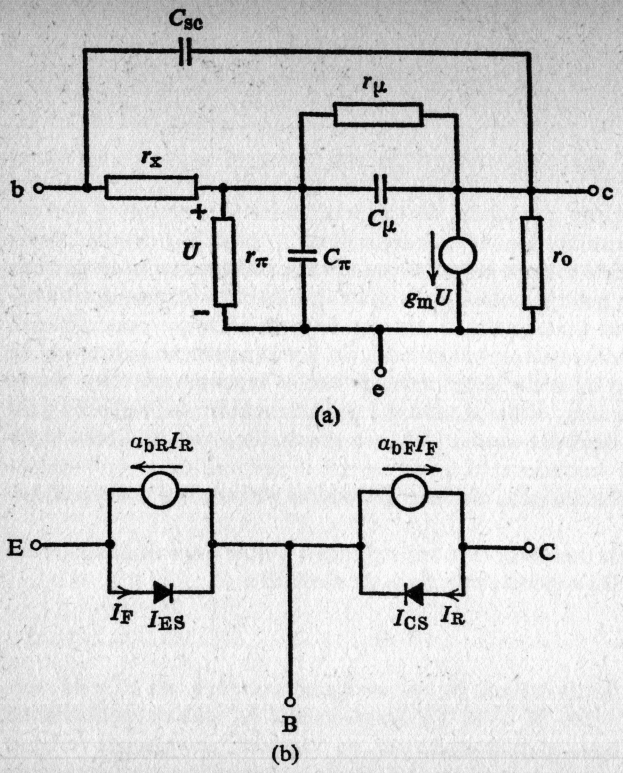


Fig. 1.1. Vervangingsschema's (modellen) van transistors, waarin secundaire effecten zijn verwaarloosd: a. hybride-π-model voor kleine (differentiële) signalen en lineaire responsie: b. Niet-lineair twee-diodemodel (pnp-transistor).

de invloed van de collector-basisspanning op de afstand waarover de collector-ruimteladingslaag in de basis dringt. Deze basisdiktemodulatie is alleen belangrijk als de spanningsversterking van de transistor groot is, dat wil zeggen als de variaties in de collector-basisspanning veel groter zijn dan de variaties in de emitter-basisspanning.

De *basisweerstand* r_x en de splitsing van de capaciteit van de collector-ruimteladingslaag in C_μ en C_{sc} zijn de gevolgen (met verwaarlozing van secundaire verschijnselen) van de transversale spanningsverliezen in het basisgebied. (Variaties van spanning, concentratie en stroomdichtheid in vlakken parallel aan de juncties worden *transversaal* genoemd. Variaties die loodrecht op het vlak van de juncties gericht zijn heten *longitudinaal.* Hetzelfde geldt voor componenten van de stroomdichtheid.)

Het Ebers-Moll-model in fig. 1.1b is gekarakteriseerd door twee verzadigingsstromen van de juncties, I_{ES} en I_{CS}, en twee kortsluitstroomversterkingen, α_{bF} en α_{bR}. Dit model is afgeleid voor een geïdealiseerde transistor onder omstandigheden van beperkte injectie; de basisdiktemodulatie is erin verwaarloosd, evenals de gevolgen van de transversale spanningsverliezen in de basis.

Beide in fig. 1.1 afgebeelde vervangingsschema's zijn gebaseerd op bepaalde veronderstellingen welke betrekking hebben op de fysische elektronica van transistors. Deze uitgangspunten zijn:

1. De junctiestromen zijn onder stationaire omstandigheden het gevolg van de injectie of onttrekking van minderheidsdragers in de quasi-neutrale halfgeleidergebieden. Stromen welke gepaard gaan met de vrijmaking (paarvorming) of recombinatie van ladingdragers in de ruimteladingslagen of op het oppervlak ervan worden verwaarloosd, evenals de stromen die het resultaat zijn van de vermenigvuldiging van ladingdragers in de ruimteladingslagen door het lawine vermenigvuldigingseffect.
2. De concentraties van de geïnjecteerde minderheidsdragers zijn zo klein dat de meerderheidsdragersconcentraties (meerderheidsconcentraties) vrijwel niet van hun evenwichtswaarden afwijken. Dit is de voorwaarde van *beperkte injectie.*
3. De fysische invloed van de *transversale* spanningsverliezen in de basis op de *longitudinale* stroom van minderheidsdragers wordt verwaarloosd.

Ten gevolge van deze uitgangspunten levert de globale analyse geen verklaring van de stroom- en spanningslimieten welke voor alle transistors gelden. Evenmin voorspelt het model enkele van de belangrijke variaties in de elektrische parameters welke al vóór het bereiken van de maximale stroom- en spanningswaarden optreden. Dikwijls beperken deze factoren de prestaties van een transistor voor een bepaalde toepassing, terwijl ze daarnaast vaak de opdracht van de schakelingsontwerper ingewikkelder maken. Het is daarom belangrijk om een goed inzicht te hebben in hun oorzaken in termen van de fysische elektronica, en van hun gevolgen in termen van het schakelingsgedrag.

In dit hoofdstuk zullen we de verschijnselen belichten die verantwoordelijk zijn voor de afwijkingen van het transistorgedrag ten opzichte van de voorspellingen zoals die door de globale modellen in fig. 1.1 worden gegeven, terwijl we verder de gevolgen van deze fysische invloeden zullen nagaan op de elektrische parameters waarmee het schakelingsgedrag van transistors beschreven wordt. Bovendien zullen we de fysische verschijnselen onderzoeken welke verantwoordelijk zijn voor de stroom- en spanningsbegrenzingen die transistors altijd vertonen. Hierbij blijven de begrenzingen van stromen en spanningen als gevolg van thermische overwegingen in verband met inwendige energiedissipatie buiten beschouwing. Vermogens- en temperatuurbegrenzingen komen in hfdst. 2 aan de orde.

Bij zeer *lage* collectorgelijkstroomniveaus worden de stromen die gepaard gaan met recombinatie in de emitter-ruimteladingslaag en op het oppervlak ervan vergelijkbaar met de stromen die verband houden met recombinatie in de neutrale gebieden van de transistor. De invloed van deze oppervlakte- en ruimteladingsrecombinatie op de differentiële stroomversterking wordt in par. 1.2 behandeld.

Bij *hoge* stroom- of spanningsniveaus wordt het transistorgedrag beïnvloed door de volgende fysische verschijnselen:

1. Bij matige tot hoge collectorstroomsterkten wordt de opslag van minderheidsdragers in het basisgebied zo groot dat de meerderheidsconcentratie aanzienlijk uitgaat boven de evenwichtswaarde, althans binnen een groot deel van het basisgebied. In par. 1.3 zullen we nagaan welke gevolgen deze *sterke injectie* heeft.

2. Wanneer de basisstroom van een transistor tot hoge waarden oploopt, doet zich binnen het basisgebied een transversale ohmse spanningsval voor. De gevolgen van deze verliezen worden in par. 1.4 behandeld.

3. Bij hoge collectorstroomsterkten kunnen longitudinale ohmse spanningsvallen in het collectorgebied het schakelgedrag van een transistor aanzienlijk gaan beïnvloeden. Deze spanningsverliezen worden in par. 1.5 besproken.

4. De effectieve dikte van het basisgebied van een transistor verandert ten gevolge van variaties in de dikten van de ruimteladingslagen. Dit leidt ertoe, zoals in par. 1.6 zal blijken, dat hoge collectorstroomsterkten of collector-basisspanningen in aanzienlijke veranderingen van de basisdikte resulteren.

5. Bij hoge junctiespanningen draagt de lawinevermenigvuldiging in de ruimteladingslagen bij tot de klemstromen. De gevolgen van deze vermenigvuldiging van ladingdragers worden in par. 1.7 belicht.

Omdat deze secundaire effecten een niet-lineair karakter hebben, kan hun gelijktijdige optreden tot een transistorgedrag leiden dat op geen enkele manier in overeenstemming is te brengen met de superpositie van de afzonderlijke invloeden. Verder levert de gelijktijdige analytische verwerking van deze effecten zeer ingewikkelde resultaten, die dan nog maar een beperkte bruikbaarheid hebben. We zullen daarom de aard en de karakteristieken van deze secundaire effecten *apart* nagaan, in termen van de fysische elektronica. Aangezien de elektrische parameters van het differentiële transistormodel door meerdere secundaire fysische verschijnselen kunnen worden beïnvloed, zullen we een grondige bespreking van de modelparameters bij hogere stroom- en spanningsniveaus, alsmede de relatieve invloed van de verschillende fysische effecten, uitstellen tot par. 1.8, nadat de betreffende fysische verschijnselen alle aan de orde zijn geweest.

De nominale stromen en spanningen van een transistor worden tenslotte in par. 1.9 behandeld.

1.2. DIFFERENTIËLE STROOMVERSTERKING BIJ LAGE COLLECTORSTROOMSTERKTEN

Volgens het geïdealiseerde model is de differentiële stroomversterking α_{eo} onafhankelijk van de collectorgelijkstroom. De stroomversterking van het model is constant omdat alle recombinatie verondersteld wordt binnen de grote gebieden op te treden, en de levensduur hierin is constant. Bij de meeste siliciumtransistors neemt de α_{eo}-waarde *af* wanneer de collectorstroom kleiner wordt, zoals in fig. 1.2 te zien is. De differentiële basisstroom van

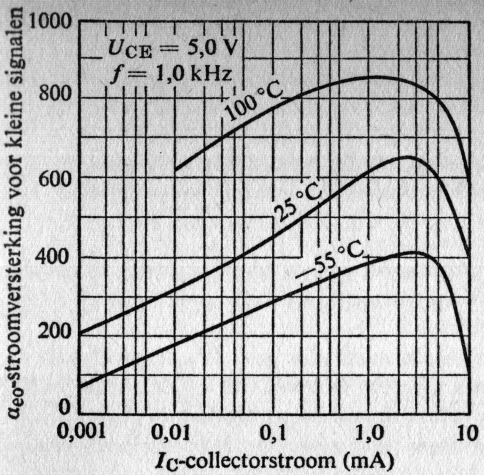


Fig. 1.2. α_{eo} uitgezet tegen I_C voor een siliciumtransistor type 2N3117.

deze transistors is voor kleine instelstromen dus *groter* dan door het geïdealiseerde model wordt voorspeld, waarin de toeneming van de basisstroom immers uitsluitend het gevolg is van recombinatie in de neutrale basis- en emittergebieden. De extra differentiële basisstroom, die de in fig. 1.2 getekende teruggang van α_{eo} bij lage instelstromen veroorzaakt, is het resultaat van de recombinatie van overmaatdragers op de oppervlakken en in de emitter-ruimteladingslaag.

Deze beide recombinatiecomponenten van de differentiële basisstroom treden alleen bij lage stroomsterkten aan de dag, omdat ze minder sterk afhangen van de emittervoorspanning U_{EB} dan de stroom ten gevolge van recombinatie in de grote gebieden. We kunnen de verschillen in spanningsafhankelijkheid demonstreren door een beschouwing van de dragersconcentraties in de ruimteladingslaag bij afwijkingen uit de evenwichtstoestand. De gatenconcentratie bijvoorbeeld, varieert van ongeveer p_{po} aan de p-grens van de ruimteladingslaag tot $p_{po} \exp\{-e(\psi_o - U_{EB})/kT\}$ aan de n-grens (ψ_o stelt de contactpotentiaal voor). De minderheidsconcentratie (gatenconcentratie) aan de grens van het n-gebied kan ook als $p_{no} \exp(eU_{EB}/kT)$ worden geschreven, aangezien de minderheidsconcentratie in de evenwichtstoestand p_{no} het volgende verband vertoont met de contactpotentiaal:

$$p_{no} = p_{po} \exp(-e\psi_o/kT)$$

De recombinatiesnelheid in het neutrale basisgebied, die uiteraard evenredig is met de overmaat minderheidsconcentratie, varieert zodoende volgens $p_{no}\{\exp(eU_{EB}/kT) - 1\}$, en de overeenkomstige *differentiële* component van de recombinatiestroom varieert met het werkpunt volgens $p_{no} \exp(eU_{EB}/kT)$.

De recombinatiesnelheid loopt binnen de ruimteladingslaag uiteraard van punt tot punt uiteen, omdat de gaten- en elektronenconcentraties van de ene kant van de ruimteladingslaag naar de andere verlopen. We gaan uit van een *gemiddelde* recombinatiesnelheid in de ruimteladingslaag (en op het oppervlak ervan) die evenredig is met de gaten- of de elektronenconcentratie op het vlak in de ruimteladingslaag waar de elektrostatische potentiaal het gemiddelde is van de beide waarden aan de grenzen. De gevolgen van deze veronderstelling van een gemiddelde recombinatiesnelheid worden bevestigd door een gedetailleerde analyse van de ruimteladingslaag. Bij dit vlak is de gatenconcentratie ongeveer:

$$p_{po} \exp\{-e(\psi_o - U_{EB}) / 2kT\} = p_{po} \sqrt{\frac{p_{no}}{p_{po}}} \exp(eU_{EB}/2kT)$$

De betreffende recombinatiesnelheid is zodoende evenredig met $\sqrt{p_{no}} \exp(eU_{EB}/2kT)$. Dit heeft tot gevolg dat bij grote waarden van U_{EB} (en daarmee van I_C) de componenten van de differentiële basisstroom die de recombinatie aan het oppervlak en in de ruimteladingslaag voorstellen en bij benadering volgens $\sqrt{p_{no}} \exp(eU_{EB}/2kT)$ variëren, gemaskeerd worden door de recombinatiestroom in de grote gebieden, welke een functie is $p_{no} \exp(eU_{EB}/kT)$.

De teruggang van α_{eo} die bij lage I_C-niveaus optreedt, is duidelijker waarneembaar in silicium- dan in germaniumtransistors. Dit is een gevolg van een ander aspect van de hierboven behandelde resultaten. Bij een vaste U_{EB} zijn de componenten van de differentiële basisstroom ten gevolge van recombinatie in de grote gebieden evenredig met de evenwichtsconcentratie van de minderheidsdragers p_{no}, die op zijn beurt evenredig is met het kwadraat van de intrinsieke dragersconcentratie, n_i^2, terwijl de componenten van de oppervlakte- en ruimteladingsrecombinatie evenredig zijn met $\sqrt{p_{no}}$, ofwel n_i. De verhouding tussen de materiaalcomponent en de component van de oppervlakte- en ruimteladingsrecombinatie is zodoende evenredig met n_i. Omstreeks kamertemperatuur is n_i in germanium ongeveer duizend maal zo groot als in silicium, zodat in germaniumtransistors bij normale U_{EB}-waarden alleen de materiaalcomponent belangrijk is. De oppervlakte- en ruimteladingscomponenten van een germaniumtransistor kunnen aangetoond worden door de meting bij zeer lage temperatuur uit te voeren (minder dan ca. 200 °K), waardoor n_i wordt teruggedrongen, ofwel bij ongebruikelijk lage U_{EB}-waarden. Germaniumtransistors worden in de praktijk zelden gebruikt bij U_{EB}-waarden die zo klein zijn dat de invloed van stromen in de ruimteladingslaag al bij kamertemperatuur aan de dag treedt, omdat de collectorruststroom dan zou worden gedomineerd door de verzadigingsstroom van de collectorjunctie, welke het resultaat is van thermische paarvorming. Om dezelfde reden is het noodzakelijk om de afhankelijkheid van α_{eo} uit te drukken in I_E en niet in I_C, want I_C is voor kleine voorspanningswaarden nagenoeg onafhankelijk van U_{EB}. Bij dergelijke lage temperaturen of abnormaal lage spanningen neemt α_{eo} (bij lage waarden van de instelstroom) met de stroom af, zoals dat ook in fig. 1.2 te zien is.

Uit de meetresultaten in fig. 1.2 blijkt dat de recombinatiesnelheid in alle delen van de basis en de emitter-ruimteladingslaag bij stijgende temperatuur afneemt, waardoor α_{eo} groter wordt.

1.3. STERKE INJECTIE IN HET BASISGEBIED

1.3.1. *Inleiding*

De verdeling van de lading aan overmaatminderheidsdragers in de basis heeft bij werking in het actieve gebied een bij benadering driehoekige vorm, zoals in fig. 1.3a is getekend (voor een pnp-transistor). Bij de emittergrens van het neutrale basisgebied ($x = 0$) is de minderheidsconcentratie $p_b(0)$ boven de evenwichtswaarde p_{bo} gestegen, ten ge-

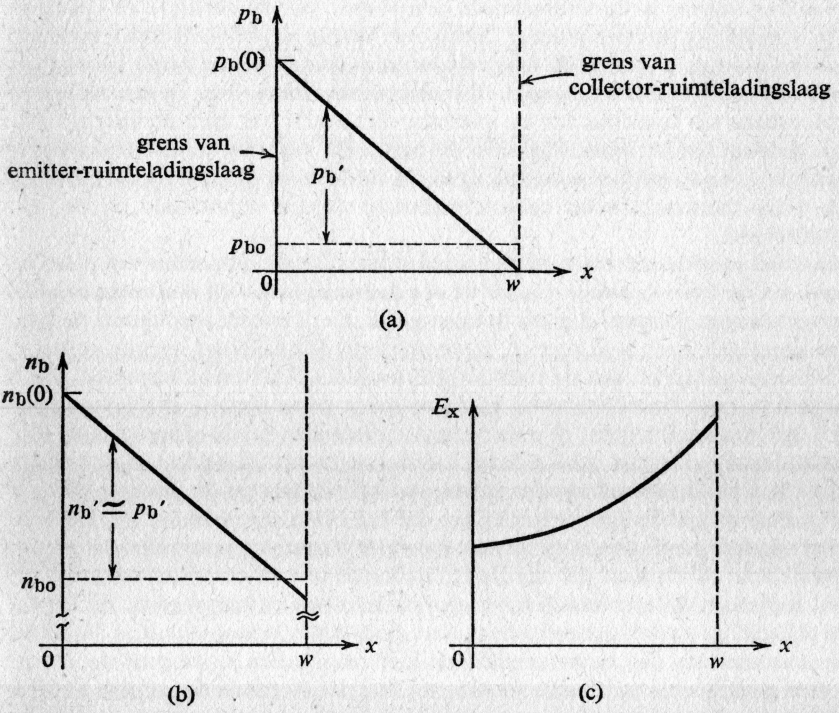


Fig. 1.3. Verdeling van de ladingdragers en elektrische veldsterkte in het basisgebied van een pnp-transistor bij beperkte injectie ($n_b' \ll N_{bo}$) : a. verdeling van de minderheidsdragers; b. verdeling van de meerderheidsdragers; c. verloop van het elektrische veld in longitudinale richting (x-richting).

volge van de doorlaatvoorspanning op de emitterjunctie. Bij de collectorgrens ($x = w$) is de minderheidsconcentratie verwaarloosbaar ten opzichte van p_{bo}, vanwege de tegenvoorspanning op de collectorjunctie.

Ondanks de injectie blijft de neutraliteit van de ruimtelading in het basisgebied bij benadering gehandhaafd. De meerderheidsconcentratie neemt namelijk juist in die mate toe dat de overmaat gaten- en elektronenconcentraties bij benadering gelijk blijven. Bij beperkte injectie heeft de verdeling van de meerderheidsdragers zodoende de in fig. 1.3b afgebeelde vorm. Let er op dat de verticale schaal van dit diagram onderbroken is, omdat de evenwichtsconcentratie van de meerderheidsdragers n_{bo} normaliter vele machten van 10 groter is dan p_{bo}.

De diffusie van minderheidsdragers over de basis ten gevolge van de concentratiegradiënt is in fig. 1.3a in beeld gebracht. Deze diffusiestroom, die de grondslag van de transistorwerking vormt, is de voornaamste component van de emitter- en collectorstromen. In vergelijking hiermee moet er slechts zeer weinig *netto longitudinaal* transport van *meerderheids*-dragers binnen de basis optreden, *omdat geen van beide junctie een elektronenstroom van betekenis doorlaat*. De elektronenstroom over de emitterjunctie is verwaarloosbaar ten opzichte van de gatenstroom omdat het emittermateriaal veel zwaarder is gedoopt dan de basis. Men doet dit natuurlijk juist met de bedoeling om het injectierendement van de emitter hoog te maken. Bij de collectorjunctie kunnen alleen die elektronen welke thermisch in het collectormateriaal worden vrijgemaakt, in de basis worden geïnjecteerd.

Dit neemt niet weg dat er uiteraard een aanzienlijke diffusiecomponent van meerderheidsdragers via de basis optreedt, omdat de concentratiegradiënten van meerderheids- en minderheidsdragers immers in grote trekken gelijk zijn. Er moet dus binnen de basis een longitudinaal elektrisch veld heersen, in de richting *van* de emitter *naar* de collector, dat het diffusieve transport van de meerderheidsdragers (elektronen) tegengaat. Zoals nog zal blijken is de veldsterkte hiervan bij de collector groter dan bij de emitter, zoals ook in fig. 1.3c is getekend, omdat de meerderheidsconcentratie bij de collector lager is.

Het longitudinale elektrische veld in de basis ondersteunt het transport van de minderheidsdragers. In de volgende paragrafen zullen we nader ingaan op dit door de drift ondersteunde transport. Uit de analyse zal blijken dat het elektrische veld een merkbare invloed op het minderheidstransport uitoefent als de geïnjecteerde minderheidsconcentratie $p_b(0)$ vergelijkbaar wordt met de meerderheidsconcentratie in de evenwichtstoestand n_{bo}, dat wil zeggen als de voorwaarde van beperkte injectie niet langer geldt. Bij het bijbehorende collectorstroomniveau moeten we onze globale berekening van de in de emitter geïnjecteerde stroom dan ook opnieuw onder de loep nemen. Een ander punt dat we opnieuw moeten onderzoeken is of onze veronderstelling dat de gehele aangelegde emitter-basisspanning zich als een verandering van de potentiaalberghoogte in de ruimteladingslaag manifesteert, dan nog wel juist is. We herinneren eraan dat deze veronderstelling en onze berekening van de in de emitter geïnjecteerde stroom beide op beperkte injectie waren gebaseerd.

1.3.2. *Minderheidstransport in de basis*

De netto longitudinale meerderheidsstroom (elektronenstroom) in de basis, J_{nx}, kan als volgt in drift- en diffusiecomponenten worden verdeeld:

$$J_{nx} = e\left(\mu_{bn} n_b E_x + D_{bn} \frac{dn_b}{dx}\right) \tag{1.2}$$

We nemen aan dat J_{nx} bij benadering nul is, omdat de stroom van meerderheidsdragers via beide juncties verwaarloosbaar klein is. Verder zullen we ons vooral concentreren op de situatie in een *transistor met homogene basis*, waarin als gevolg van de quasi-neutraliteit geldt $dn_b/dx = dp_b/dx$. We kunnen het longitudinale elektrische veld E_x derhalve schrijven als:

$$E_x \approx -\left(\frac{kT}{e}\right)\frac{1}{n_b}\frac{dp_b}{dx} \tag{1.3}$$

waarin we de betrekking van Einstein hebben gebruikt:

$$\frac{D_{bn}}{\mu_{ba}} = \frac{D_{bp}}{\mu_{bh}} = \frac{kT}{e} \tag{1.4}$$

De netto longitudinale *minderheids*-stroom (gatenstroom) J_{px} is:

$$J_{px} = e\left(\mu_{bp} p_b E_x - D_{bp}\frac{dp_b}{dx}\right) \tag{1.5}$$

Substitutie van (1.3) voor E_x levert:

$$J_{px} = -eD_{bp}\left(1 + \frac{p_b}{n_b}\right)\frac{dp_b}{dx} \tag{1.6}$$

Deze vergelijking vertoont een verschil met het gebruikelijke resultaat van de analyse van het geïdealiseerde model, omdat hierin de factor $(1 + p_b/n_b)$ voorkomt. Deze niet-lineaire factor verschilt niet noemenswaard van 1 zolang $p_b \ll n_b$, dat wil zeggen zolang het injectieniveau laag blijft. Bij de meeste transistors voor lage vermogens wordt deze voorwaarde echter al overschreden bij collectorstromen in het gebied van 1 à 10 mA. Bij grotere stroomsterkten leidt het longitudinale elektrische veld tot een toeneming van de minderheidsstroom met de factor $(1 + p_b/n_b)$. We kunnen dit verschijnsel interpreteren in termen van een 'effectieve' diffusiestroomcoëfficiënt met de waarde $D_{bp}(1 + p_b/n_b)$. Als de stroom zo groot is dat over het grootste deel van het basisgebied $p_b \gg n_{bo}$ of $p_b \approx n_b$, wordt de effectieve diffusiestroomcoëfficiënt door de invloed van het elektrische veld *verdubbeld*.

Fig. 1.4 geeft een beeld van de globale verdelingen van de ladingdragers en de elektrische veldsterkte bij sterke injectie. De verdelingen van de dragersconcentraties wijken nu aanzienlijk af van de driehoekige vorm die voor beperkte injectie geldt. Bij de emittergrens van de basis zijn de drift- en diffusiecomponenten van de minderheidsstroom bijna gelijk.

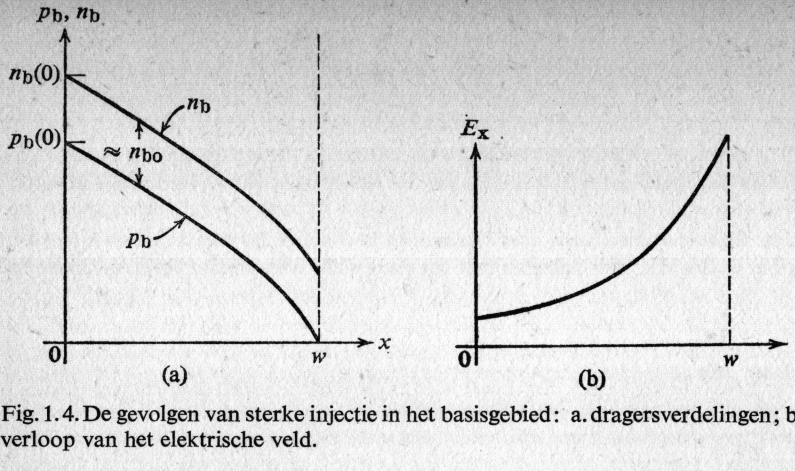


Fig. 1.4. De gevolgen van sterke injectie in het basisgebied: a. dragersverdelingen; b. longitudinaal verloop van het elektrische veld.

Bij de collectorgrens moet de totale minderheidsstroom vrijwel uitsluitend door diffusie worden onderhouden (omdat de minderheidsconcentratie daar zeer klein wordt), zodat de helling bij de collectorgrens bij benadering tweemaal zo groot is als die bij de emittergrens. Ofschoon de elektrische veldsterkte dus naar de collector toe *stijgt*, is de invloed ervan op de minderheidsstroom nabij de collector kleiner, omdat de minderheidsdragers daar geringer in aantal zijn.

De overmaat ladingopslag in de basis bij een gegeven collectorstroom, wordt door het elektrische veld *verlaagd*, omdat dit immers het transport van minderheidsdragers bij sterke injectie ondersteunt. De helling van de minderheidsverdeling bij $x = w$, waar alle minderheidsstroom door diffusie wordt verzorgd, is evenredig met de collectorstroom. Het oppervlak onder deze verdeling is evenredig met de overmaat ladingopslag in de basis. Uit fig. 1.4a blijkt dat de overmaat lading iets meer is dan de helft van de ladingopslag in het geval dat het ondersteunende elektrische veld niet aanwezig zou zijn.

Men kan dit sterke-injectieverschijnsel experimenteel aantonen door de totale overmaatladingopslag in de basis te meten als een functie van de collectorstroom. Het resultaat hiervan is in fig. 1.5 afgebeeld; deze metingen gelden voor een gelegeerde germanium-pnp-transistor. Uit het verloop blijkt een teruggang van de helling in het stroombereik waar de sterke injectie zou moeten beginnen; de helling neemt af met een factor die iets kleiner is dan 2, hetgeen globaal overeenstemt met de voorspellingen van ons model voor sterke injectie.

Onze analyse is gebaseerd op de veronderstelling dat het basisgebied bij benadering neutraal is. Uit een analyse van de verdeling van de ruimtelading blijkt dat het uitgangspunt van quasi-neutraliteit tot matige collectorstroomsterkten geldig blijft.

De gevolgtrekking dat sterke injectie in de basis een longitudinaal elektrisch veld ver-

oorzaakt dat het minderheidstransport *ondersteunt*, geldt alleen voor een transistor met een homogeen basisgebied. Er zijn transistors met gediffundeerde bases, die in het basisgebied een aanzienlijke doopstoffengradiënt vertonen, welke al *in de evenwichtssituatie* tot een longitudinaal elektrisch veld leidt. Dit elektrische veld, dat bij beperkte injectie een merkbare toeneming van het minderheidstransport veroorzaakt, wordt zwakker en verliest ten aanzien van het minderheidstransport aan betekenis naarmate het injectieniveau hoger wordt. De oorzaak hiervan is dat de doopstofverdeling die de veldverdeling bij beperkte injectie bepaalt, bij hoge injectieniveaus wordt overheerst door de ladingverdeling die het gevolg is van kleine afwijkingen tussen de overmaat gaten- en elektronenconcentraties. Als gevolg hiervan wordt het transport van de minderheidsdragers over de basis van een transistor met een aanzienlijk ingebouwd veld bij hoge injectieniveaus *minder* ondersteund.

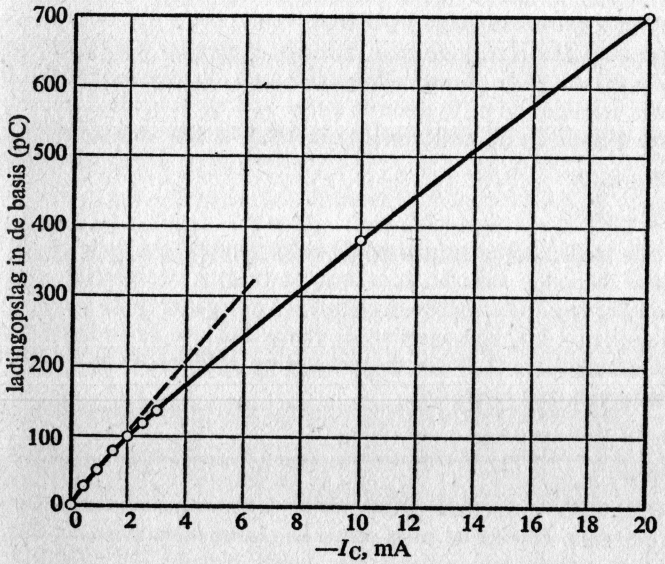


Fig. 1.5. Invloed van de collectorstroom op de ladingopslag in een gelegeerde pnp-transistor.

1.3.3. *Dragersinjectie in de emitter bij hoge stroomsterkten*

Voor een goede werking van de transistor is het gewenst dat de emitterstroom uitsluitend uit die ladingdragers bestaat die in de basis de minderheidsdragers vormen, dus bijvoorbeeld gaten in het geval van een pnp-transistor. Men bereikt deze situatie door de emitter veel zwaarder te dopen dan de basis. Het ligt voor de hand dat sterke injectie een verhoging van de meerderheidsconcentratie in de basis tot gevolg heeft, waardoor de emitter-

stroomcomponent die de injectie van deze meerderheidsdragers in de emitter voorstelt, zal toenemen. Waar het ons hierbij om gaat is het *emitterverlies*, gedefinieerd als de verhouding tussen de in de emitter geïnjecteerde stroom en de collectorstroom. We gaan uit van een pnp-transistor.

De in de emitter geïnjecteerde stroom, die van de basisaansluiting moet komen, en de collectorstroom worden beide beheerst door de Boltzmann-betrekkingen, die de verhoudingen van de dragersconcentraties bij de emitterjunctie in de hoogte van de potentiaalberg uitdrukken. Deze verhoudingen zijn:

$$\frac{p_b(0)}{p_e(0)} = \frac{n_e(0)}{n_b(0)} = \exp(-e\Delta\psi/kT) \tag{1.7}$$

waarin $\Delta\psi$ de hoogte van de potentiaalberg voorstelt, en $p_e(0)$ en $n_e(0)$ de gaten- en elektronenconcentraties in de *emitter* aan de grens van de ruimteladingslaag zijn. $p_b(0)$ en $n_b(0)$ stellen de overeenkomstige concentraties in de *basis* voor.

Aangezien de emitter veel zwaarder is gedoopt dan de basis, bestaat er een collectorstroombereik waarbinnen $p_e(0)$ in grote lijnen gelijk blijft aan de overeenkomstige evenwichtswaarde p_{eo}, terwijl tezelfdertijd $n_b(0)$ door de sterke injectie in het basisgebied aanmerkelijk boven n_{bo} kan stijgen. In dit collectorstroombereik is het emitterverlies:

$$\delta_e = \frac{(eD_e/L_e)An_e(0)}{(eD_b'/w)Ap_b(0)} = \frac{D_e w n_e(0)}{D_b' L_e p_b(0)}$$

waarin is aangenomen dat de in de emitter geïnjecteerde elektronenstroom door de gebruikelijke uitdrukking voor beperkte injectie door een pn-junctie voorgesteld mag worden, en verder D_b' een *effectieve* diffusiestroomcoëfficiënt voor gaten in de basis is. D_b' loopt van D_b bij lage injectie tot $2D_b$ bij hoge niveaus uiteen, zoals in de voorgaande paragraaf is aangetoond. Gebruiken we (1.7) om de verhouding $n_e(0)/p_b(0)$ in de verhouding $n_b(0)/p_e(0)$ uit te drukken, dan levert dit:

$$\delta_e = \frac{D_e w n_b(0)}{D_b' L_e p_e(0)} \approx \frac{D_e w n_b(0)}{D_b' L_e p_{eo}} \tag{1.8}$$

Bij lage stroomsterkten geldt $n_b(0) \approx n_{bo}$; het emitterverlies is dan een constante, onafhankelijk van de collectorstroom. Bereikt de basis echter een hoog injectieniveau, dan neemt $n_b(0)$ tot boven n_{bo} toe, waarbij het verlies groter wordt, hetgeen een meer dan evenredige toeneming van de basisstroom inhoudt.

De toeneming van de in de emitter geïnjecteerde stroom die bij hoge injectieniveaus in de basis optreedt, is uiteraard niet te rijmen met de in par. 1.3.2 gemaakte veronderstelling dat de longitudinale meerderheidsstroom in de basis verwaarloosbaar is. Het is dan ook beslist zo dat onze analyse van het longitudinale elektrische veld in de basis niet langer geldt bij collectorstromen en injectieniveaus die zo hoog zijn dat de stroomversterking van basis naar collector tot bijna 1 is teruggelopen.

1.3.4. *Elektrostatische potentiaalverliezen in de basis bij hoge stroomsterkten*

In par. 1.3.2. hebben we gezien dat er bij het stijgen van het injectieniveau een longitudinaal elektrisch veld in de basis ontstaat dat het minderheidstransport ondersteunt. Dit elektrische veld gaat gepaard met een longitudinaal verloop van de elektrostatische potentiaal in de basis. Daarnaast leiden de transversale meerderheidsstromen in de basis natuurlijk tot transversale elektrische velden en transversale vervallen van de potentiaal. Bestaat er een potentiaalverschil tussen het ohmse contact op het basisgebied en het basismateriaal bij de grens van de emitter-ruimteladingslaag, dan moeten we de veronderstelling dat de totale aangelegde spanning zich als een hoogteverandering van de potentiaalberg manifesteert, herzien. We zullen daarom beginnen met het verloop van de elektrostatische potentiaal in het basisgebied na te gaan.

Onze analyse is gebaseerd op een gediffundeerde pnp-opbouw, zoals die in fig. 1.6. in doorsnede is getekend. De analyse is echter niet tot deze structuur beperkt; voor npn-transistors gelden uiteraard volkomen analoge overwegingen.

De gaten- en elektronenstromen in de basis kunnen op de volgende wijze in drift- en diffusiecomponenten worden verdeeld:

$$\boldsymbol{J}_p = e(\mu_{bp} p_b \boldsymbol{E} - D_{bp} \nabla p_b)$$
$$\boldsymbol{J}_n = e(\mu_{bn} n_b \boldsymbol{E} + D_{bn} \nabla n_b) \qquad (1.9a, b)$$

Als we nu het elektrische veld in de elektrostatische potentiaal φ in de basis uitdrukken en dan de betrekking van Einstein (1.4) gebruiken om D_{bn} en D_{bp} in μ_{bn} respectievelijk μ_{bp} uit te drukken, levert dit voor de *totale* stroom, $\boldsymbol{J}_e + \boldsymbol{J}_p$:

$$\boldsymbol{J}_T = \boldsymbol{J}_n + \boldsymbol{J}_p = e(\mu_{bn} n_b + \mu_{bp} p_b)(-\nabla\varphi) + e\frac{kT}{e}(\mu_{bn}\nabla n_b - \mu_{bp}\nabla p_b \qquad (1.10)$$

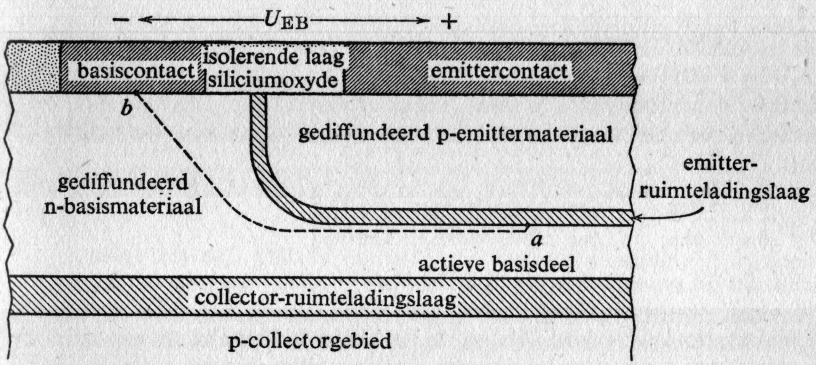


Fig. 1.6. Doorsnede van een planaire gediffundeerde pnp-transistor.

De factor $e(\mu_{bn}n_b + \mu_{bp}p_b)$ is de geleidbaarheid van het basismateriaal σ_b. We kunnen de gradiënt van de elektrostatische potentiaal dus als volgt schrijven:

$$\nabla\varphi = -\frac{\boldsymbol{J}_T}{\sigma_b} + \frac{kT}{e}\left(\frac{\mu_{bn}\nabla n_b - \mu_{bp}\nabla p_b}{\mu_{bn}n_b + \mu_{bp}p_b}\right)$$

De potentiaalval φ_{ab} van elk willekeurig punt a in de basis naar een ander willekeurig punt b is dus:

$$\varphi_{ab} = \int_b^a \nabla\varphi \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = \frac{kT}{e}\int_b^a \left(\frac{\mu_{bn}\nabla n_b - \mu_{bp}\nabla p_b}{\mu_{bn}n_b + \mu_{bp}p_b}\right)\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} - \int_b^a \frac{J_T}{\sigma_b}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} \tag{1.11}$$

Uit dit resultaat blijkt dat de elektrostatische potentiaalverschillen in de basis op twee oorzaken zijn terug te voeren:

1. Uit de eerste term in (1.11) blijkt dat er een potentiaalverschil kan bestaan dat *geen* functie is van de stroom tussen twee willekeurige punten met ongelijke dragersconcentraties. Dergelijke verdeelde emk's, die zoals nog zal blijken alleen bij sterke injectie een rol van betekenis gaan spelen, zijn het resultaat van kleine afwijkingen van de neutraliteit die met de injectie gepaard gaan.

2. Uit de tweede term in (1.11) blijkt dat potentiaalverschillen ook het gevolg kunnen zijn van ohmse spanningsverliezen die direct verband houden met de stroomdoorgang.

We zullen de bespreking van het 'ohmse' aandeel in φ_{ab} uitstellen tot par. 1.4 en beginnen met een bepaling van de verdeelde emk, zoals die door de eerste term in (1.11) wordt voorgesteld. Verder bepalen we de invloed hiervan op het verband tussen de aangelegde spanning en de dragersconcentraties. De quasi-neutraliteit schrijft voor dat $n_b \approx N_D + p_b$. De verdeelde emk, die we met φ_{ab}' aanduiden, kan dus als volgt worden geschreven:

$$\varphi_{ab}' = \frac{kT}{e}\int_b^a \frac{(\mu_{bn} - \mu_{bp})}{(\mu_{bn} + \mu_{bp})n_b - \mu_{bp}N_D}\nabla n_b \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} \tag{1.12a}$$

hetgeen, omdat N_D voor een transistor met homogene basis constant is, kan worden geïntegreerd tot:

$$\varphi_{ab}' = \left(\frac{kT}{e}\right)\frac{\mu_{bn} - \mu_{bp}}{\mu_{bn} + \mu_{bp}} \ln\left[\frac{(\mu_{bn} + \mu_{bp})n_b(a) - \mu_{bp}N_D}{(\mu_{bn} + \mu_{bp})n_b(b) - \mu_{bp}N_D}\right] \tag{1.12b}$$

Het is duidelijk dat dit potentiaalverschil bij beperkte injectie, waarvoor $n_b(a) \approx n_b(b) \approx n_{bo}$, verdwijnt. In het geval van sterke injectie kan φ_{ab}' echter een aanzienlijke bijdrage tot φ_{ab} leveren. Als we nu het potentiaalverschil nagaan langs een willekeurige weg tussen een punt a bij de grens van de emitter-ruimteladingslaag en een punt b bij het basiscontact (in fig. 1.6 is een voorbeeld hiervan door een onderbroken lijn aangegeven), blijkt dat er een niet-ohmse potentiaalval optreedt als de voorwaarde van

beperkte injectie wordt overschreden. In onze voorgaande notatie:

$n_b(a) = n_b(0)$

en als het basiscontact 'ohms' is geldt

$n_b(b) = n_{bo}$

De betreffende spanningsval is volgens (1.12b), als we aannemen dat

$n_b(0) \gg n_{bo} \gg p_{bo}$, bij benadering: $\varphi_{ab}' \approx \left(\frac{k_T}{e}\right)\left(\frac{\mu_{bn} - \mu_{bp}}{\mu_{bn} + \mu_{bp}}\right) \ln \left[\left(1 + \frac{\mu_{bp}}{\mu_{bn}}\right)\frac{n_b(0)}{n_{bo}}\right]$ (1.13)

Aangezien zowel voor silicium als voor germanium $\mu_{bn} > \mu_{bp}$, is φ_{ab}' positief; de potentiaal bij de grens van de emitter-ruimteladingslaag is dus hoger dan die bij het basiscontact.

De fysische oorsprong van dit potentiaalverschil kan gemakkelijk worden begrepen in termen van de *transversale* verdelingen van de overmaat dragers. De gaten- en elektronenconcentraties lopen van hoge waarden bij de ruimteladingslaag terug tot hun evenwichtswaarden bij het basiscontact, waardoor zowel gaten als elektronen van het actieve basisdeel naar het basiscontact willen diffunderen. Het transversale elektrische veld dat met φ_{ab}' gepaard gaat, dat wil zeggen $-\nabla\varphi_{ab}'$, is eveneens van het actieve basisdeel naar het basiscontact gericht, zodat het het transport van de gaten, die een geringere beweeglijkheid hebben, ondersteunt, en dat van de elektronen, die een grotere beweeglijkheid hebben, tegengaat. De verdeling en de absolute grootte van φ_{ab}' zijn zodanig dat de totale stroom nul wordt als $\varphi_{ab} = \varphi_{ab}'$. Let er echter op dat het verdwijnen van de totale stroom niet het gevolg is van het nul worden van de aparte gaten- en elektronentransporten of deeltjesstromen; de oorzaak is dat φ_{ab}' de gaten- en elektronenstromen *noodzaakt* om precies gelijk te worden. (Een overeenkomstig potentiaalverlies treft men aan bij bepaalde fotovoltaïsche componenten, waar het bekend is als *Dember-potentiaal.*)

(1.13) is voor een pnp-transistor afgeleid, maar de overeenkomstige resultaten voor een npn-transistor verschillen alleen in die zin dat de term tussen vierkante haken dan wordt:

$$\left[\left(1 + \frac{\mu_{bn}}{\mu_{bp}}\right)\frac{p_b(0)}{p_{bo}}\right]$$

De *polariteit* van φ_{ab}' blijft onveranderd, in overeenstemming met de fysische werking zoals die in de voorgaande paragraaf is beschreven.

Nu we de niet-ohmse verdeelde emk φ_{ab}' kennen en gebleken is dat deze voor zowel pnp- als npn-transistors neerkomt op een potentiaalverlies tussen het basisgebied en het basiscontact, kunnen we de invloed ervan op de emitter-basisspanning nagaan. In het algemeen wordt de aangelegde emitter-basisspanning U_{EB} verdeeld tussen de ruimteladingslaag en het potentiaalverlies binnen het basisgebied, φ_{ab}. In formulevorm uitgedrukt:

$$U_{EB} = U_{EB}^{(j)} + \varphi_{ab}$$

waarin $U_{EB}^{(j)}$ de verandering van de potentiaalberghoogte bij de emitter-ruimteladingslaag voorstelt. Als we φ_{ab} in de niet-ohmse term φ_{ab}' en de transversale ohmse spanningsval (zoals die door de tweede term in (1.11) wordt gegeven) uitdrukken, kunnen we de aangelegde spanning schrijven als:

$$U_{EB} = U_{EB}^{(j)} + \varphi_{ab}' + (\text{ohms verlies})$$

Het karakter en de gevolgen van het ohmse spanningsverlies komen in par. 1.4 aan de orde, op het ogenblik gaat het ons om de aangelegde emitter-basisspanning minus de ohmse spanningsval; we duiden deze fictieve 'emitter-basisspanning' aan met $U_{EB'}$. In formulevorm:

$$\begin{aligned} U_{EB'} &= U_{EB} - (\text{ohms verlies}) \\ &= U_{EB}^{(j)} + \varphi_{ab}' \end{aligned}$$

De invoering van de variabele $U_{EB'}$ legt de nadruk op het feit dat $U_{EB}^{(j)}$, de verandering in de hoogte van de potentiaalberg bij de emitterjunctie, niet gelijk is aan de aangelegde spanning als er een sterke injectie in de basis optreedt, *zelfs als er geen ohmse spanningsverliezen bestaan.* De grootte van het verschil is precies φ_{ab}', de niet-ohmse verdeelde emk zoals die door (1.13) wordt gegeven. Voor pnp-transistors in het actieve werkgebied (doorlaatvoorspanning over de emitterjunctie en tegenvoorspanning over de collectorjunctie) zijn U_{EB} en $U_{EB}^{(j)}$ uiteraard beide positief; φ_{ab}' is, zoals hierboven is gebleken, eveneens positief. Als gevolg hiervan leidt de niet-ohmse verdeelde emk die *in pnp-transistors* bij hoge injectieniveaus optreedt, tot een verandering in de potentiaalberghoogte die *kleiner* is dan de fictieve aangelegde spanning $U_{EB'}$. Bij npn-transistors zijn U_{EB} en $U_{EB}^{(j)}$ in het normale actieve werkgebied *negatief*, maar φ_{ab}' is nog steeds positief. In npn-transistors maakt de niet-ohmse verdeelde emk $U_{EB}^{(j)}$ zodoende *groter* dan de fictieve aangelegde spanning $U_{EB'}$.

We zullen nu de gevolgen nagaan van een niet-ohmse verdeelde emk ten aanzien van het verband tussen de geïnjecteerde overmaatconcentratie en de junctiespanning. Onze analyse geldt voor een pnp-transistor. De Boltzmann-factor bij de emitterjunctie verlangt dat:

$$U_{EB}^{(j)} = \frac{kT}{e} \ln \frac{p_b(0)}{p_{bo}}$$

zodat

$$U_{EB'} = \frac{kT}{e} \ln \left[\frac{p_b(0) n_b(0)^m (1 + \mu_{bp}/\mu_{be})^m}{p_{bo} {n_{bo}}^m} \right] \tag{1.14a}$$

waarin

$$m = \frac{\mu_{bn} - \mu_{bp}}{\mu_{bn} + \mu_{bp}} \tag{1.14b}$$

Bij sterke injectie geldt echter $n_b(0) \approx p_b(0)$, hetgeen voor (1.14a) levert:

$$p_b(0) \approx \sqrt[1+m]{\frac{p_{bo} n_{bo}^m}{(1 + \mu_{bp}/\mu_{bn})^m}} \exp\{eU_{EB'}/(1 + m)kT\} \tag{1.15}$$

De parameter m neemt met dalende soortelijke weerstand van een maximum van ca. 0,35 in germanium en ca. 0,45 in silicium voortdurend af. Uit (1.15) blijkt dat de invloed van $U_{EB'}$ bij pnp-transistors in het geval van sterke injectie (grote collectorstroomsterkten) op de geïnjecteerde dragersconcentratie minder uitgesproken is dan bij beperkte injectie. Het overeenkomstige resultaat voor npn-uitvoeringen verschilt alleen in die zin dat $(1 + m)$ moet worden vervangen door $(1 - m)$. Dit betekent dat de invloed van $U_{EB'}$ op de geïnjecteerde dragersconcentratie in npn-transistors bij sterke injectie groter is dan bij beperkte injectieniveaus.

Het is mogelijk om een aspect van dit potentiaalverlies in het basisgebied aan te tonen door de invloed van de emitter-basisspanning U_{EB} op de collectorstroom na te gaan, die in een pnp-transistor ongeveer evenredig is met $p_b(0)/w$. We moeten de meting dan uitvoeren onder omstandigheden waarbij de *transversale componenten* van de totale basisstroom $\boldsymbol{J}_T$ gegarandeerd verwaarloosbaar klein zijn, om de ohmse term in (1.11) uit te schakelen. We moeten de omstandigheden dus zo kiezen dat $\boldsymbol{J}_T \cdot d\boldsymbol{s} \approx 0$ voor een zekere weg S van het basiscontact naar de grens van de ruimteladingslaag in het actieve basisdeel. Onder normale omstandigheden wordt U_{EB} bij hoge stroomsterkten door deze ohmse term overheerst. In par. 1.7 zal blijken dat de transistor in het lawinegebied met een verwaarloosbare transversale basisstroom kan werken, zodat de invloed van bij meting in dit gebied aantoonbaar moet zijn. De betreffende meetresultaten zijn in fig. 1.7 weergegeven, en hieruit blijkt duidelijk dat de helling van de curve bij grote stroomsterkten terugloopt. Ter vergelijking is ook de invloed van de emitter-basisspanning op de collectorstroom afgebeeld onder normale werkomstandigheden, waarvoor $\boldsymbol{J}_T \cdot d\boldsymbol{s}$ *niet* nul is. De ohmse bijdragen tot U_{EB} blijken uit de afwijkingen in het hoge-stroombereik van deze curve ten opzichte van de metingen in het lawinegebied.

1.3.5. *Samenvatting van de gevolgen van sterke injectie in de basis*

Bij een collectorstroomniveau dat voor de meeste transistors voor lage vermogens in het gebied van 1 à 10 mA ligt, wordt de minderheidsconcentratie in het actieve basisdeel vergelijkbaar met de evenwichtsconcentratie van de meerderheidsdragers, terwijl de meerderheidsconcentratie dan aanzienlijk uitgaat boven de evenwichtswaarde. De toeneming van de meerderheidsconcentratie heeft drie gevolgen:

1. Er ontstaat een longitudinaal elektrisch veld in de basis, dat het transport van beide soorten overmaat dragers beïnvloedt. Het veld gaat de diffusie van de meerderheidsdragers tegen en ondersteunt de diffusie van de minderheidsdragers. Bij grote collectorstroom-

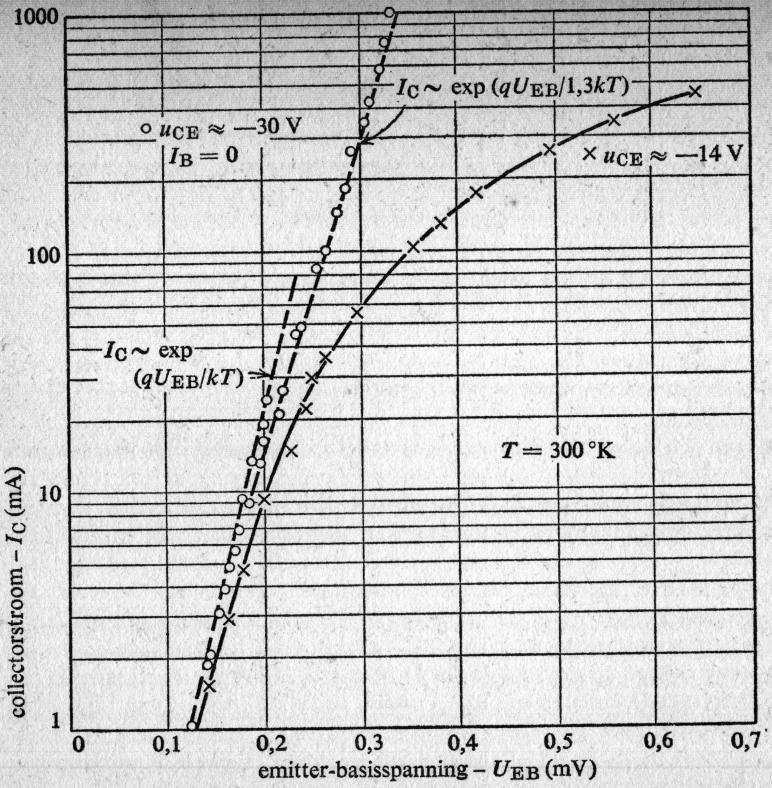


Fig. 1.7. Collectorstroom als functie van de emitter-basisspanning van een gelegeerde germanium pnp-transistor. Deze gegevens zijn gecorrigeerd voor spanningsverliezen in de interne emitteraansluitingen, en de invloed van de collectorstroom en -spanning op de basisdikte. Merk op dat de onderbroken lijnen theoretische asymptoten voorstellen, terwijl de getrokken lijnen de meetresultaten verbinden bij $I_b \neq 0$.

sterkten heeft dit veld een werking die neerkomt op een verdubbeling van de diffusiestroomcoëfficiënt van de minderheidsdragers in de basis.

2. De injectie van meerderheidsdragers uit de basis in de emitter neemt toe. Bij hoge collectorstroomsterkten leidt dit verschijnsel, dat geïnterpreteerd kan worden als een toeneming van het emitterverlies, tot een situatie waarbij de basisstroom sneller stijgt dan de collectorstroom.

3. Naast de ohmse spanningsverliezen treedt tussen het basismateriaal aan de grens van

emitter-ruimteladingslaag en het basiscontact een van de concentraties afhankelijk elektrostatisch potentiaalverschil op. Bij hoge collectorstromen wordt dit verlies vergelijkbaar met de verandering in de potentiaalberghoogte, zodat de geïnjecteerde minderheidsconcentratie volgens $\exp\{eU_{EB'}/(1 + m)kT\}$ varieert in plaats van volgens $\exp(eU_{EB'}/kT)$. Het plusteken geldt voor een pnp-transistor, het minteken voor een npn-transistor; m is van de orde van 0,4.

1.4. TRANSVERSALE OHMSE SPANNINGSVERLIEZEN IN HET BASISGEBIED

1.4.1. *Inleiding*

Het transport van meerderheidsdragers in het basisgebied van een transistor gaat gepaard met ohmse spanningsverliezen die een zeer duidelijke invloed uitoefenen op de transistorprestaties bij hoge stroomsterkten. Het transport van de meerderheidsdragers in de basis is parallel aan de juncties gericht, en loodrecht op het longitudinale diffusieve transport van de minderheidsdragers, die de grondslag vormt van de transistorwerking. Onder stationaire omstandigheden heeft dit meerderheidstransport de volgende oorzaken.

1. Recombinatie van meerderheidsdragers met geïnjecteerde minderheidsdragers op de oppervlakken in en de emitter-ruimteladingslaag, en verder ook in het neutrale basisgebied.
2. Injectie van meerderheidsdragers vanuit het basisgebied in de emitter.
3. Onttrekking van minderheidsdragers uit de collector in het basisgebied (waar ze uiteraard meerderheidsdragers zijn).
4. Als de collector-basisspanning hoog is levert de lawinevermenigvuldiging van ladingdragers in de collector-ruimteladingslaag een extra toevoer van meerderheidsdragers in het basisgebied vanuit de collectorjunctie.

Onder dynamische (snel veranderende) omstandigheden komen hier nog de volgende basisstroomcomponenten bij:

5. Er zijn meerderheidsdragers nodig om de verandering van de ladingopslag in de ruimteladingslagen te verzorgen als de junctiespanningen in de tijd veranderen.
6. Evenzo zijn ladingdragers nodig om de overmaatladingsopslag in het quasi-neutrale basisgebied (en mogelijk zelfs in het quasi-neutrale emittergebied) te veranderen als de collectorstroom in de tijd varieert.

Bij snelle veranderingen van de klemspanningen of -stromen kunnen deze dynamische componenten van de transversale basisstroom veel groter worden dan de stationaire componenten.

De transversale meerderheidsstromen in de basis worden in hoofdzaak door drift onderhouden, zodat ze gepaard gaan met transversale elektrostatische potentiaalverliezen binnen het basisgebied. Deze potentiaalvallen zijn verantwoordelijk voor het verschil tussen de spanningen over de emitter- en collector-ruimteladingslagen en de spanningen die op de transistorklemmen worden aangelegd. Bovendien veroorzaken ze *transversale*

variaties van zowel de geïnjecteerde dragersconcentraties als het longitudinale minderheidstransport, en deze zijn van groot belang voor de transistorwerking bij grote collectorstroomsterkten. We zullen nu de aard en de gevolgen van deze transversale ohmse spanningsverliezen nagaan.

1.4.2. *Componenten van de transversale ohmse spanningsverliezen*
Bij onze bespreking zullen we uitgaan van een gelegeerde pnp-transistor met de in fig. 1.8

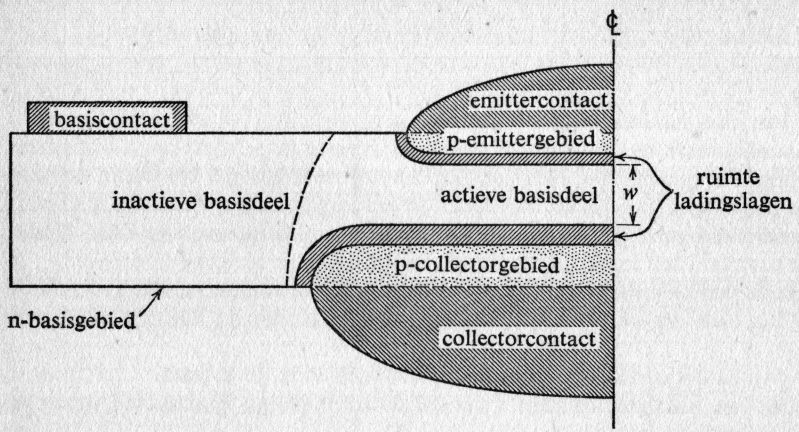


Fig. 1.8. Doorsnede van een gelegeerde pnp-transistor.

afgebeelde doorsnede. Het is hierbij praktisch om het neutrale basisgebied in twee stukken te verdelen. Het gebied dat tussen de emitter- en collectorjuncties is gelegen en dat de dikte w heeft, noemt men het *actieve basisdeel* (actieve basisgebied). Dit actieve deel is gekenmerkt door hoge concentraties van geïnjecteerde minderheidsdragers, en het is hier dat de transistorwerking plaats vindt. Het resterende deel van het basisgebied heet het *inactieve basisdeel* (inactieve basisgebied). Deze verdeling blijkt in de praktijk nuttig te zijn, ook als is de grens ertussen enigszins willekeurig gedefinieerd.

Het ligt voor de hand dat de hele basisstroom het inactieve basisdeel moet doorlopen om het actieve deel te kunnen bereiken. Ofschoon de dragersconcentraties in het inactieve deel door minderheidsinjectie kunnen gaan afwijken van hun thermische evenwichtswaarden, treedt daar toch geen transistorwerking op, zodat de spanningsverliezen die in dit traject van de basisstroom optreden heel nauwkeurig kunnen worden voorgesteld door een geconcentreerde ('lumped') weerstand die in serie staat met de basisaansluiting. Deze weerstand, die men wel de *extrinsieke basisweerstand* noemt, ligt bij de meeste transistors voor lage vermogens in het gebied van 10 à 100 Ω. Indien er een injectie van minderheidsdragers over het grootste deel van dit inactieve basisgebied plaats vindt, zoals

dikwijls het geval is, moet deze weerstand kleiner worden gemaakt naarmate de collectorstroom toeneemt, om de daar optredende geleidbaarheidsmodulatie te verdisconteren.

De verschijnselen die zich in het *actieve* basisdeel afspelen zijn ingewikkelder, doordat de basisstroom van meerderheidsdragers in het geometrische centrum van de transistor naar nul gaat, en de transversale ohmse spanningsverliezen in het actieve deel verder een niet-uniforme injectie van minderheidsdragers met zich meebrengen. Met andere woorden, de doorlaatvoorspanning die over de emitter-ruimteladingslaag staat, is kleiner bij het middelpunt van het actieve deel dan bij de rand ervan, omdat de transversale ohmse spanningsval in het actieve deel van de aangelegde emitter-basisspanning moet worden afgetrokken. Let er op dat in het emittermateriaal zelf slechts verwaarloosbare spanningsverliezen optreden, omdat dit een veel grotere geleidbaarheid heeft. Dit alles heeft tot resultaat dat stukken van het actieve basisdeel nabij het middelpunt van de transistor met lagere geïnjecteerde minderheidsconcentraties werken, en zodoende met een geringere longitudinale minderheidsstroomdichtheid, dan de rand die aan het inactieve basisdeel grenst. Door het exponentiële verband tussen de geïnjecteerde dragersconcentratie en de spanning kan de niet-uniformiteit van de minderheidsverdeling aanzienlijke vormen aannemen. Een transversaal ohms spanningsverlies van slechts 25 mV is al voldoende om de longitudinale stroomdichtheid van de minderheidsdragers met een factor e^{-1} te verlagen. Omdat transversale ohmse spanningsvallen tot een concentratie van de minderheidsinjectie bij de randen van het emittergebied leiden, noemt men dit verschijnsel in het Engels 'emitter crowding' of 'pinch out'; we zullen van het afknijpen van de emitter spreken. De belangrijkste aspecten van de transversale potentiaalverdeling in de basis en de ermee gepaard gaande niet-uniformiteit van de minderheidsverdelingen zijn in fig. 1.9 in beeld gebracht.

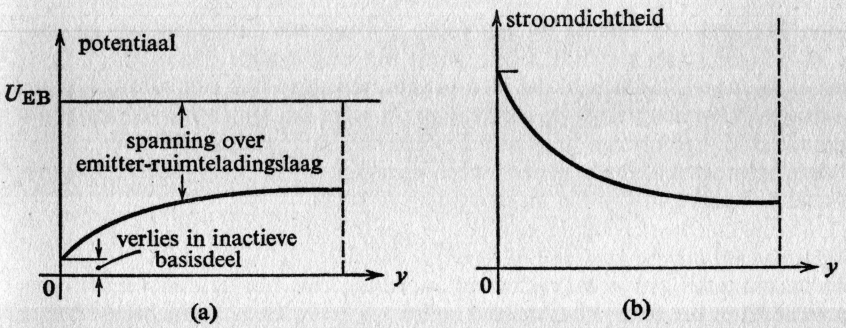


Fig. 1.9. De gevolgen van het afknijpen van de emitter ('emittercrowding') van een pnp-transistor De transversale coördinaat in het basisgebied is met y aangegeven; $y = 0$ komt overeen met de grens van het actieve basisdeel: a. verloop van de elektrostatische potentiaal; b. stroomdichtheid van de minderheidsdragers in longitudinale richting.

Het hierin geïllustreerde afknijpeffect beperkt de transistorwerking bij hoge collectorstroomsterkten tot de periferie (buitenrand) van het emittergebied. Om deze reden worden de transistors tegenwoordig zo ontworpen dat de emitter- en basiscontacten een zo groot mogelijke effectieve periferie leveren. In fig. 1.10 zijn twee technieken afgebeeld die bedoeld zijn om het afknijpeffect zoveel mogelijk terug te dringen.

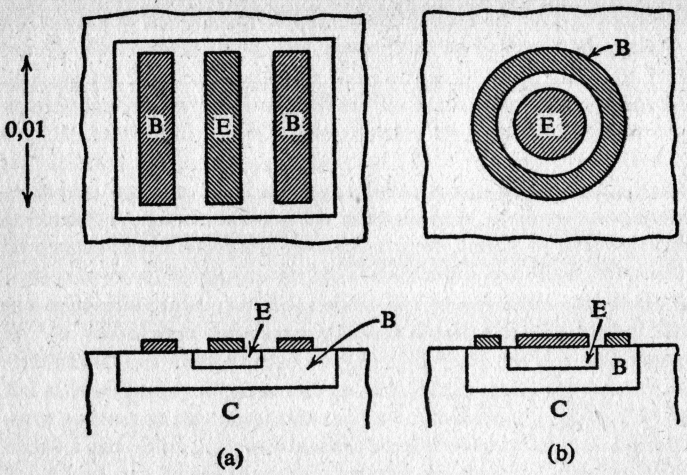


Fig. 1.10. Transistorpatronen die bedoeld zijn om de weerstand van het inactieve basisdeel en het afknijpen van de emitter zo klein mogelijk te maken.

Het patroon van fig. 1.10a bestaat uit een reeks afwisselende dunne emitter- en basiscontacten of 'vingers'. Om dezelfde reden wordt het ringvormige basispatroon in fig. 1.10b soms in die zin gemodificeerd dat men het emittergebied ook ringvormig uitvoert, met een extra basiscontact binnen de emitterring. In weer een andere uitvoering zijn de ringen veranderd in stervormige patronen, hetgeen een nog grotere effectieve periferie levert. Al deze patronen leiden niet alleen tot een verlaging van het afknijpeffect, maar zullen ook veelal de weerstand van het inactieve deel verlagen.

1.4.3. *Analyse van het actieve basisdeel bij beperkte injectie*

Om nu een inzicht te krijgen in enkele kwantitatieve aspecten van de transversale ohmse spanningsverliezen in het actieve basisgebied zullen we het in fig. 1.11 afgebeelde fysische model onderzoeken. Dit model geldt voor een rechthoekig gevormd patroon, zoals dat in fig. 1.10a, waarin $y = h$ het middenvlak van de emitter voorstelt. Analoge berekeningen zijn mogelijk voor patronen met radiaal-symmetrie. We nemen aan dat het basisgebied een uniforme soortelijke weerstand ρ heeft. Dit betekent dat de analyse alleen

geldt voor beperkte injectie, waarbij de meerderheidsconcentratie niet noemenswaard door de injectie wordt beïnvloed.

We gaan uit van een pnp-transistor en duiden het deel van de aangelegde emitter-basisspanning dat op de emitter-ruimteladingslaag staat aan met $U(y)$, dus $U(y)$ is de verlaging van de emitterpotentiaalberg bij het vlak dat de juncties op een afstand y van de emittergrens snijdt (als er een voorspanning is aangelegd). De overeenkomstige verlaging van de potentiaalberghoogte bij de emittergrens, waar $y = 0$, geven we met U_0 aan. Uiteraard geldt $U_0 > U(y)$, wegens de transversale ohmse spanningsverliezen in de basis. De totale basisstroom die het actieve deel bij $y = 0$ *verlaat* is I_{B0}, terwijl de basisstroom die bij y overblijft $I_B(y)$ is. $I_B(y)$ en I_{B0} zijn positief in de richtingen welke in de figuur zijn aangegeven; hun fysische invloed bestaat in een pnp-transistor uit een transport van *elektronen* van het basiscontact *naar* het actieve basisdeel. Als de collector-basisspanning groter is dan de houdspanning (zie par. 1.7) vloeit de basisstroom in omgekeerde richting. Bij onze analyse zullen we deze mogelijkheid uitsluiten, evenals trouwens de verzadigingsstroom van de collectorjunctie. Let er op dat het gedefinieerde teken van I_B uitsluitend voor deze paragraaf geldt.

We gaan uit van een differentieel plakje ter dikte dy. De bijdrage hiervan tot de totale collectorstroom (bij verwaarlozing van de onttrekking van elektronen uit de collector) is:

$$\mathrm{d}(-I_C) = eD_b l \mathrm{d}y \left.\frac{p_b(y)}{w}\right|_{\text{emittergrens}} = \frac{eD_b l p_{bo}}{w} \exp(eU(y)/kT) \cdot \mathrm{d}y \tag{1.16a}$$

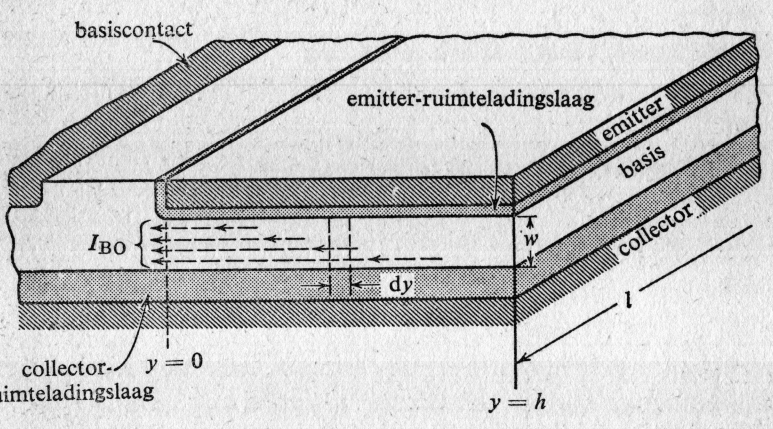


Fig. 1.11. Model voor de analyse van transversale ohmse spanningsverliezen in de basis.

Stellen we nu het totale (emitter- plus basis-)verlies van de transistor voor door δ, dan moet de basisstroom die het differentiële plakje oversteekt over de afstand dy met δd(—I_C) *afnemen*, zodat:

$$dI_B = -\frac{\delta e D_b l p_{bo}}{w} \exp\{eU(y)/kT\} \cdot dy \tag{1.16b}$$

Het ohmse spanningsverlies over het differentiële weerstandselement $\rho\, dy/wl$ is:

$$dU = -\frac{\rho}{wl} I_B dy \tag{1.16c}$$

Door eliminatie van $U(y)$ uit (1.16b) en (1.16c) krijgen we de volgende niet-lineaire differentiaalvergelijking voor I_B:

$$\frac{d^2 I_B}{dy^2} = -\frac{e}{kT}\frac{\rho}{wl} I_B \frac{dI_B}{dy} \tag{1.17}$$

De randvoorwaarden die voor de oplossingen van deze differentiaalvergelijking gelden zijn:

$I_B = I_{B0}$ voor $y = 0$
$I_B = 0$ voor $y = h$

De oplossing van (1.17) welke aan deze randvoorwaarden voldoet is:

$$I_B = I_{B0} \frac{\tan \gamma (h - y)}{\tan \gamma h} \tag{1.18}$$

waarin de constante γ wordt bepaald door de betrekking

$$2\, \gamma h \tan \gamma h = \frac{e}{kT} I_{B0} r_B \tag{1.19a}$$

waarin r_B de *transversale weerstand* van het basisgebied is:

$$r_B = \rho h/wl \tag{1.19b}$$

Voor de overeenkomstige verdeling van de emitterjunctiespanning vinden we door integratie van (1.16c):

$$U(y) = U_0 - \frac{2kT}{e} \ln\left(\frac{\cos \gamma(h - y)}{\cos \gamma h}\right) \tag{1.20}$$

De collectorstroomdichtheid tenslotte, d(—I_C)/ldy, is volgens verg. 1.16a en 1.20:

$$J(y) = \frac{1}{l}\frac{d(-I_C)}{dy} = J_0 \left[\frac{\cos \gamma h}{\cos \gamma (h - y)}\right]^2 \tag{1.21}$$

waarin J_0 de collectorstroomdichtheid bij $x = 0$ voorstelt:

$$J_0 = \frac{eD_b p_{bo}}{w} \exp(eU_0/kT)$$

De gevolgen van de transversale ohmse spanningsverliezen in het basisgebied zijn geïllustreerd in fig. 1.12, waarin (1.18), (1.20) en (1.21) voor verschillende waarden van de parameter $(e/kT)I_{B0}r_B$ zijn uitgezet. In deze curven is het afknijpen van de emitter duidelijk te zien; het effect treedt op bij toenemen van I_{B0} en daarmee van I_C.

Het is niet mogelijk om de in fig. 1.12 in beeld gebrachte effecten in een model te verdisconteren door een constante geconcentreerde weerstand in de basisaansluiting op te nemen, behalve bij lage collectorstroomsterkten waarbij geen afknijpen van de emitter optreedt en in de basis de voorwaarde van beperkte injectie geldt. Bij voldoende kleine

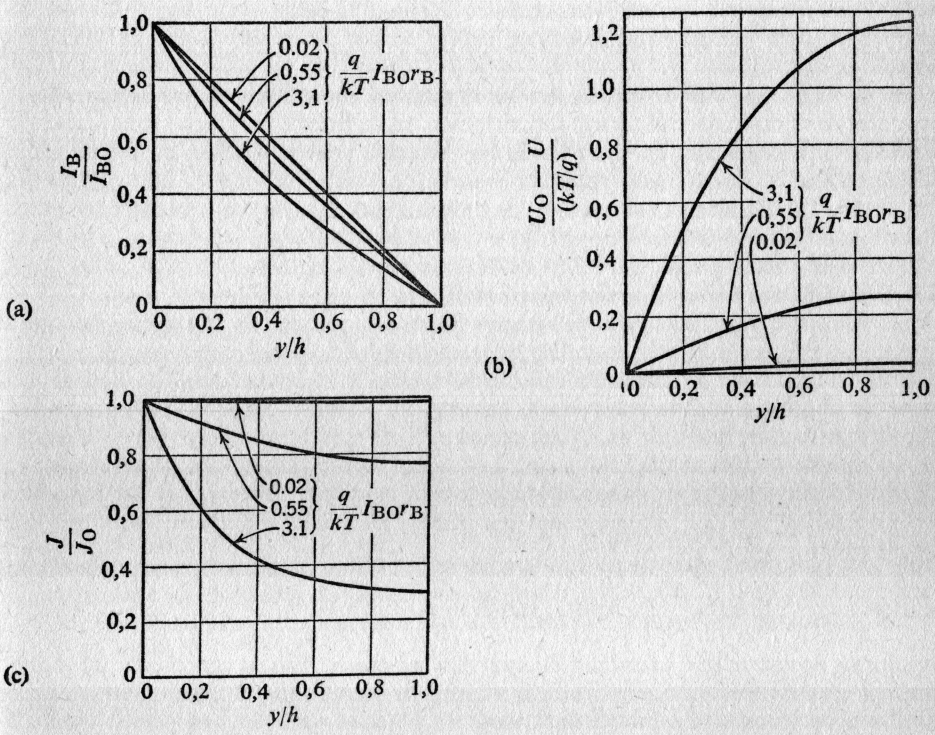


Fig. 1.12. Berekende verdeling van de transversale basisstroom, transversale ohmse spanningsval en stroomdichtheid van de minderheidsdragers in longitudinale richting, voor verschillende basisstroomwaarden. Hierbij is steeds beperkte injectie aangenomen.

basisstroomsterkten kunnen de invloeden van de transversale spanningsverliezen op de collectorstroom worden voorgesteld door een basisweerstand $r_x = r_B/3$ in de externe basisaansluiting op te nemen, waarbij r_B de door (1.19b) gedefinieerde weerstand voorstelt. Voor deze limietsituatie is het in rekening brengen van de transversale spanningsverliezen binnen de basis in het model dus eenvoudig genoeg, maar helaas is het spanningsverlies over de basisweerstand binnen het stroombereik waar het model voor geldt, slechts zelden van belang. In het bereik van de hoge stroomsterkten, waar de transversale spanningsverliezen binnen de basis werkelijk gaan meespreken, kunnen we hun invloeden juist niet door middel van een *constante* geconcentreerde basisweerstand voorstellen.

Uiteraard is het wel mogelijk om een variabele weerstand als functie van de collectorstroom te definiëren, en zo te kiezen dat deze de invloed van de transversale spanningsverliezen op de collectorstroom op de juiste wijze in rekening brengt, maar ook deze voorstelling in termen van een gelijkstroombasisweerstand is slechts van beperkt nut bij de voorstelling van het gelijkstroomgedrag, en wel omdat de vereiste weerstand dan juist stroom-*afhankelijk* is.

Bij de toepassing van de in deze paragraaf gegeven analyse op echte transistors dient men wel de nodige voorzichtigheid te betrachten. In de meeste praktische situaties wordt namelijk niet langer aan de voorwaarde van beperkte injectie voldaan op het punt dat afknijpen van de emitter gaat optreden, waarbij de twee verschijnselen elkaar gaan beinvloeden. Dit brengt met zich mee dat de bovenstaande analyse dan moet worden uitgebreid om ook de geleidbaarheidsmodulatie van het basismateriaal in rekening te brengen.

1.4.4. *Modificaties welke bij sterke injectie nodig zijn*

Als er een sterke injectie in de basis optreedt ($n_b \approx p_b$), varieert de meerderheidsconcentratie, die evenredig is met de collectorstroomdichtheid, in de longitudinale richting. Hieruit volgt dat de overmaat meerderheidsdragers de weerstand van het basisgebied voor de doorgang van de transversale basisstroom verlagen, waardoor het merendeel van de transversale basisstroom tot het gebied nabij de emitterrand wordt beperkt, omdat de soortelijke weerstand daar het laagst is. Om een zekere raming van de gevolgen van de transversale spanningsverliezen bij sterke injectie te krijgen *nemen we aan* dat de soortelijke weerstand van het basismateriaal een *transversaal* verloop vertoont dat wordt gegeven door:

$$\rho = \rho_0 \frac{J_1}{J(y) + J_1} \approx \rho_0 \frac{J_1}{J(y)} \quad \text{voor} \quad J(y) \gg J_1 \tag{1.22a}$$

waarin ρ_0 de soortelijke weerstand bij beperkte injectie is, $J(y)$ de collectorstroomdichtheid en J_1 de collectorstroomdichtheid waarbij de sterke injectie begint. Het grootste deel van de transversale basisstroom vloeit in het deel van het basisgebied nabij de emitterjunctie waarin de overmaat dragersconcentratie hoog is. We duiden de dikte van dit basisdeel met lage soortelijke weerstand aan met w_B. Het zal duidelijk zijn dat w_B van het injectieniveau en daarmee van I_C afhangt, maar we zullen deze afhankelijkheid

bij onze analyse buiten beschouwing laten. Het ohmse spanningsverlies over het differentiële plakje dy van het gebied met lage soortelijke weerstand is naar analogie van (1.16c):

$$\mathrm{d}U = -\frac{\rho_o}{w_B l} I_B \frac{J_1}{J(y)} \mathrm{d}y \tag{1.22b}$$

De verandering van de basisstroom over het differentiële element kunnen we naar analogie van (1.16b) als volgt schrijven:

$$\mathrm{d}I_B = -\delta l J(y)\, \mathrm{d}y \tag{1.22c}$$

waarin $J(y)$ van de vorm is:

$$J(y) = \frac{2eD_b p_{bo}}{w} \exp\{eU(y)/kT\} \tag{1.22d}$$

Als $U(y)$ tussen (1.22b) tot en met (1.22d) wordt geëlimineerd, levert dit de volgende *lineaire* differentiaalvergelijking voor de verdeling van de basisstroom:

$$\frac{\mathrm{d}^2 I_B}{\mathrm{d}y^2} = \left(\delta \frac{e}{kT} \frac{\rho_o J_1}{w_B}\right) I_B \tag{1.23}$$

Aangezien deze vergelijking lineair is en onafhankelijk van het stroomniveau waarbij de transistor werkt (vooropgesteld dat hij zich ruimschoots binnen het gebied van sterke injectie bevindt en de invloed van I_C op w_B en δ wordt verwaarloosd), concluderen we dat de transversale afstand waarover de transistorwerking optreedt onafhankelijk is van de werkomstandigheden en uitsluitend wordt bepaald door de parameters en de structuur van de transistor. De algemene oplossing van (1.23) is een som van twee exponentiëlen met reële argumenten, die een karakteristieke lengte heeft van:

$$\xi = \sqrt{\frac{kT}{e} \frac{w_B}{\delta \varrho_o J_1}} \tag{1.24a}$$

Hieruit volgt voor de basisstroomverdeling in het fig. 1.13 afgebeelde algemene verloop. De vorm van deze verdeling is onafhankelijk van het stroomniveau, en als de basis- en collectorstromen veranderen, varieert daardoor alleen de stroomschaal. Het afknijpen van de emitter speelt hierbij natuurlijk een bijzonder belangrijke rol, en het merendeel van de collectorstroom vloeit dan ook over een rand van het basisgebied met een transversale dimensie ξ.

We kunnen de grootte hiervan schatten door de volgende (representatieve) parameters te gebruiken:

$\delta = 0{,}05$
$w_B = 1\ \mu\mathrm{m}$
$w = 5\ \mu\mathrm{m}$

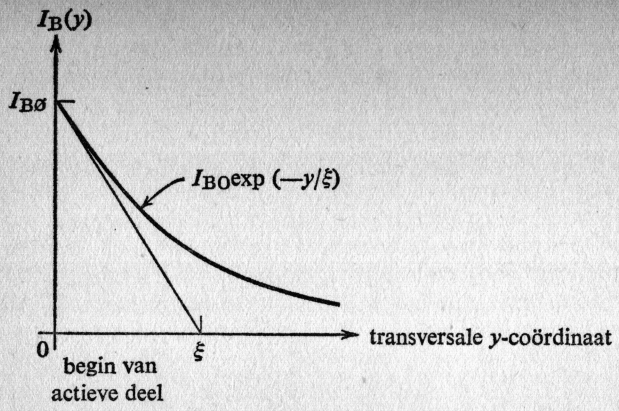


Fig. 1.13. Benaderende verdeling van de transversale basisstroom bij sterke injectie.

We *definiëren* J_1 als de longitudinale stroomdichtheid waarbij $p_b(0)$ bij benadering gelijk is aan de meerderheidsconcentratie in de evenwichtstoestand n_{b0}. Dat wil zeggen:

$$J_1 \approx \frac{eD_b n_{b0}}{w}$$

Door deze uitdrukking voor J_1 in (1.24a) te substitueren en aan te nemen dat de beweeglijkheden van gaten en elektronen gelijk zijn, krijgen we het volgende resultaat:

$$\xi = \sqrt{\frac{w_B w}{\delta}} \tag{1.24b}$$

Invulling van de representatieve numerieke waarden levert $\xi = 10$ μm. Deze uitkomst, die op een vrij grove benaderende analyse is gebaseerd, zegt dat de transistorwerking bij zeer hoge stroomsterkten tot de uiterste rand van het emittergebied is beperkt. De totale transversale dimensie van het basisgebied van een transistor is in de regel minstens het tienvoudige van de basisdikte. Voor de hier gekozen parameterwaarden is de penetratiediepte waarover het merendeel van de collectorstroom vloeit, slechts ongeveer tweemaal zo groot als de dikte van het neutrale basisgebied. Uit deze conclusie blijkt wel hoe belangrijk het is om transistorpatronen toe te passen, die de periferie van de emitter zo groot mogelijk maken, vooral als men ze bij grote collectorstroomwaarden wil gebruikten.

1.4.5. *Samenvatting van de gevolgen van transversale spanningsverliezen in de basis*
Transversale basisstromen veroorzaken binnen het hele basisgebied ohmse spanningsverliezen. Voor analysedoeleinden is het praktisch om het basisgebied in twee stukken te verdelen; hiervan ligt het *inactieve* basisdeel buiten de emitter- en collectorjuncties, dit levert alleen een geleiding van de basisaansluiting naar het *actieve* basisdeel, waar de transistor-

werking plaats vindt.

Transversale spanningsverliezen in het inactieve basisdeel kunnen in rekening worden gebracht door een geconcentreerde weerstand in de basisaansluiting op te nemen. Bij hoge stroomsterkten is deze weerstand echter afhankelijk van de collectorstroom, omdat dan de geleidbaarheid van het inactieve basisdeel door de overmaatladingdragers wordt verhoogd. Spanningsverliezen in het actieve deel kunnen niet door een geconcentreerde basisweerstand worden voorgesteld, behalve bij beperkte injectie, waarvoor deze transversale spanningsvallen echter geen rol van betekenis spelen. De spanningsverliezen in het actieve basisdeel leiden ertoe dat de verst van de basisaansluiting af gelegen basisdelen met een lagere longitudinale stroomdichtheid werken. Dit effect resulteert in het afknijpen van de emitter, waardoor het grootste deel van de transistorwerking bij sterke injectie tot de periferie van het emittergebied wordt beperkt.

De voornaamste kenmerken en gevolgen van de transversale spanningsverliezen in de basis zijn in fig. 1.14 en 1.15 in beeld gebracht; deze gelden voor de in fig. 1.8 getekende transistoropbouw. Bij de in fig. 1.14 weergegeven verdelingen is verondersteld dat er een verwaarloosbare afknijping van de emitter optreedt, en verder uitgegaan van een beperkte injectie in het basisgebied. Fig. 1.15 daarentegen geldt voor sterke injectie in het grootste deel van het actieve basisgebied, en werkomstandigheden waarbij afknijping van de emitter optreedt. De longitudinale helling van de potentiaalverdeling in fig. 1.15a is het gevolg van het in par. 1.3.2 behandelde longitudinale elektrische veld.

1.5. WEERSTAND VAN HET COLLECTORMATERIAAL

De minderheidsdragers die bij werking in het actieve gebied door de emitter in de basis van een transistor worden geïnjecteerd, worden door het elektrische veld in de collectorruimteladingslaag het collectorgebied ingetrokken. Deze ladingdragers vormen binnen de collector de meerderheidsdragers; hun verplaatsing naar de collectoraansluiting geschiedt voornamelijk door drift, zodat er binnen het collectormateriaal een ohms spanningsverlies zal optreden. Dit spanningsverlies kan, als de transistor zich in het actieve gebied bevindt, in de regel zeer nauwkeurig worden weergegeven door een constante geconcentreerde weerstand in de collectoraansluiting. Bij werking in het verzadigingsgebied, waarbij sterke collectorstromen optreden, kan deze eenvoudige voorstelling onnauwkeurig worden doordat dan een aanzienlijke geleidbaarheidsmodulatie van het collectormateriaal kan plaats vinden door de minderheidsdragers welke uit de basis in de collector worden geïnjecteerd.

De collectorweerstand is in de regel volkomen verwaarloosbaar in gelegeerde transistors die uiterst dunne collectorgebieden met een zeer lage soortelijke weerstand hebben. In gediffundeerde transistors daarentegen kan de collectorweerstand een aanzienlijke waarde krijgen, omdat hun collectorgebieden dikker zijn en de soortelijke weerstand ervan hoger is.

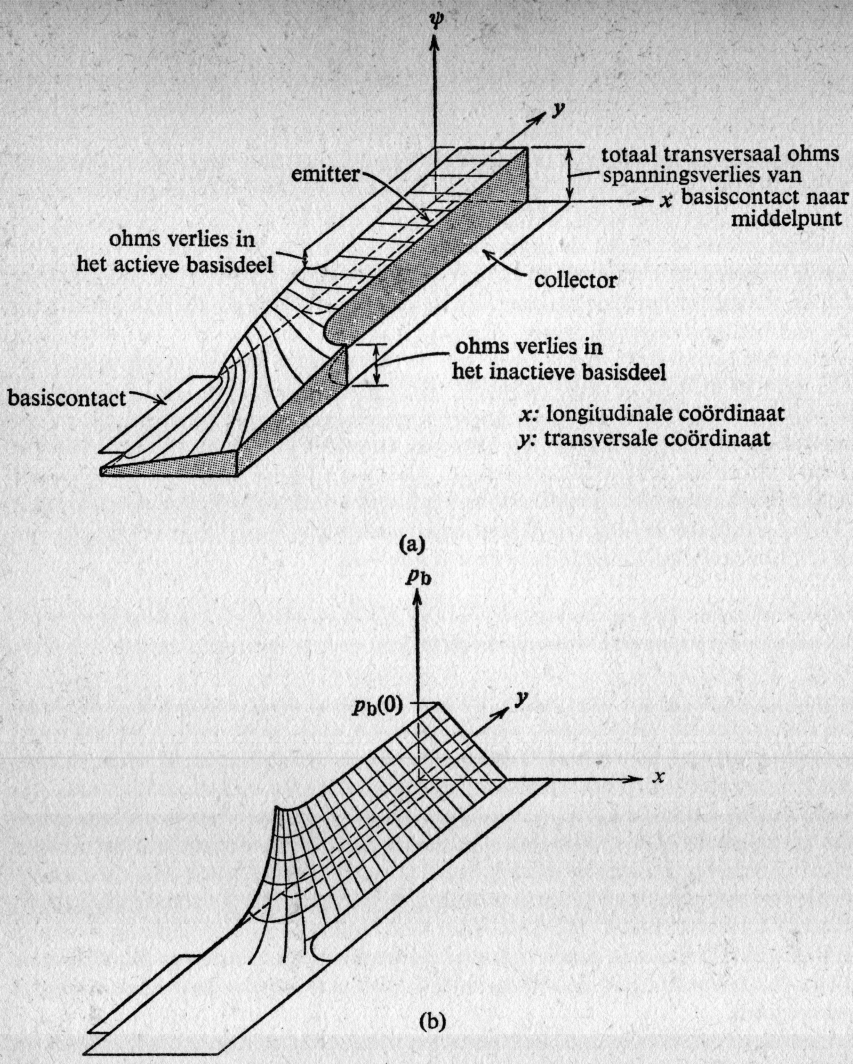


Fig. 1.14. Verdeling van de potentiaal en de minderheidsdragers in het basisgebied van een transistor bij lage injectie en verwaarloosbare afknijping van de emitter: a. elektrostatische potentiaal; b. minderheids(dragers)concentratie.

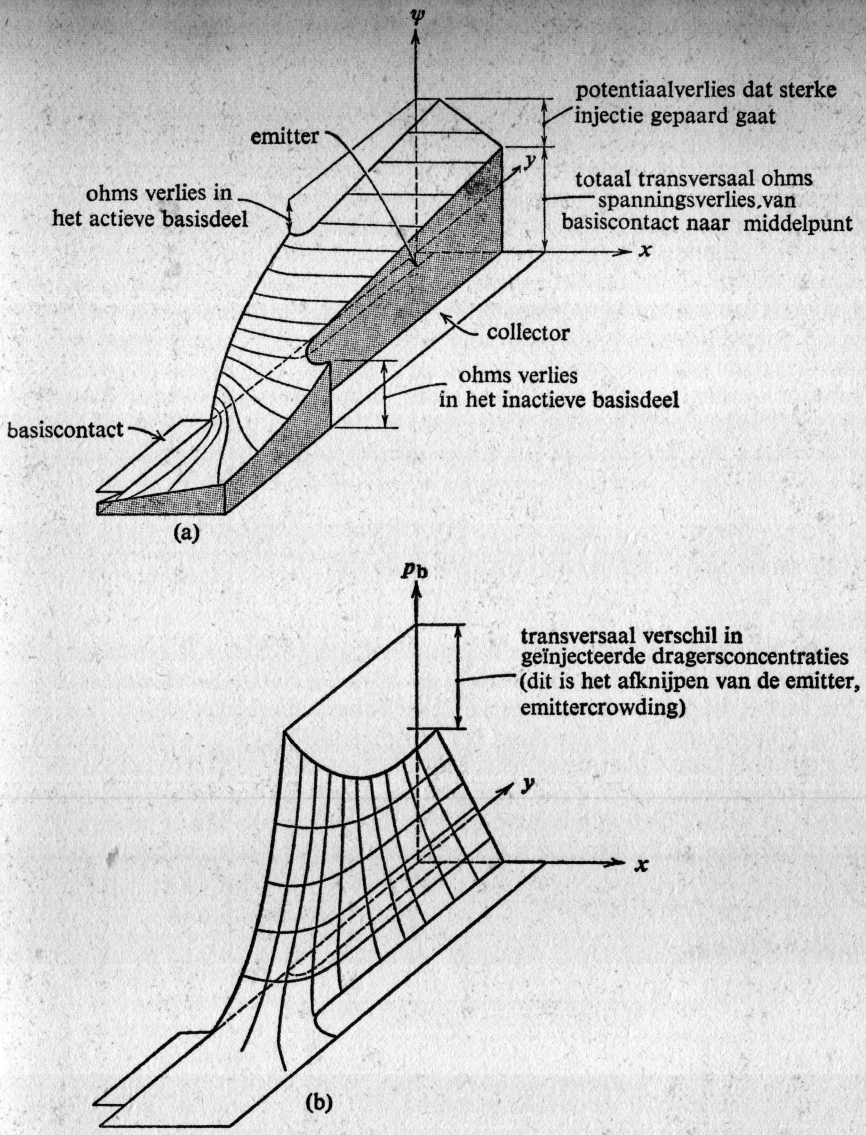


Fig. 1.15. Verdeling van de potentiaal en de minderheidsdragers in het basisgebied van een transistor bij sterke injectie en aanzienlijke afknijping van de emitter: a. elektrostatische potentiaal; b. minderheids(dragers)concentratie.

Ohmse spanningsverschillen in de collector hebben alleen een belangrijke invloed op de transistorkarakteristieken indien deze als schakelaar wordt gebruikt, en dan nog uitsluitend in het verzadigingsgebied of de *aan*-toestand. In het ideale geval zou de collector-emitterspanning van de transistor in de *aan*-toestand veel kleiner moeten zijn dan de emitter–basisspanning. De spanningsverliezen in het collectorgebied kunnen de voornaamste factor van U_{CE} zijn.

Een manier om de weerstand van het collectormateriaal bij gediffundeerde transistors te verlagen wordt geboden door de techniek van de epitaxiale groei. Zoals in fig. 1.16 is aangegeven bestaat het merendeel van het collectorgebied bij een epitaxiale transistor uit een materiaal met een zeer geringe soortelijke weerstand. Een dun gebied van een materiaal met een gemiddelde soortelijke weerstand wordt epitaxiaal op het substraat met lage soortelijke weerstand gegroeid, waarna de juncties in deze dunne laag met matige soortelijke weerstand worden gediffundeerd. Aangezien de laag met gemiddelde soortelijke weerstand zeer dun is, wordt de collectorweerstand op deze wijze natuurlijk veel lager dan wanneer het hele collectorgebied uit een materiaal met hoge soortelijke weerstand zou bestaan.

1.6. VERLOOP VAN DE BASISDIKTE MET HET WERKPUNT

1.6.1. *Inleiding*

De dikte van het quasi-neutrale actieve basisdeel van een transistor is een belangrijke parameter die een aanzienlijke invloed uitoefent op de meeste elektrische variabelen ervan. Omdat het actieve basisdeel aan weerszijden door ruimteladingslagen wordt begrensd, fluctueert de dikte ervan als de afmetingen van de ruimteladingslagen worden veranderd.

Bij werking in het actieve gebied staat er een doorlaatvoorspanning op de emitterjunctie en een tegenvoorspanning op de collectorjunctie. De penetratie van de collector-ruimteladingslaag in de basis is onder die omstandigheden dus veel groter dan de penetratie van de emitter-ruimteladingslaag. Om deze reden zullen we onze aandacht concentreren op de

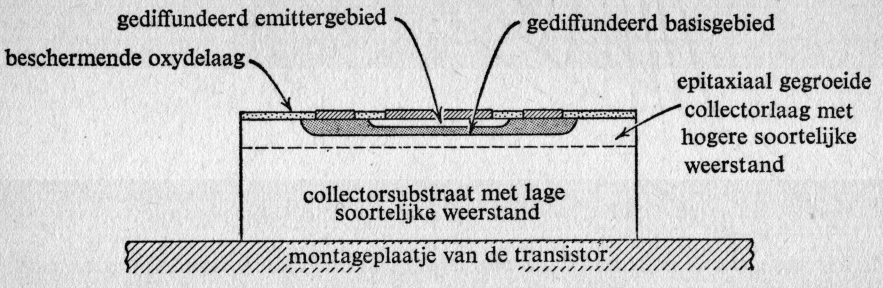


Fig. 1.16. Epitaxiale planaire transistoropbouw (niet op schaal).

basisdiktemodulatie die door veranderingen in de collector-ruimteladingslaag wordt veroorzaakt. Hierbij mag echter niet worden vergeten dat volkomen overeenkomstige overwegingen voor de emitterjunctie gelden als hierover een tegenvoorspanning wordt aangelegd, zoals bij sommige schakelingen het geval is.

1.6.2. *De invloed van de collectorspanning op de basisdikte*

In fig. 1.17 is de algemene vorm van de verdelingen van de ruimtelading en het elektrische veld binnen de ruimteladingslagen van een transistor in beeld gebracht. De weergegeven

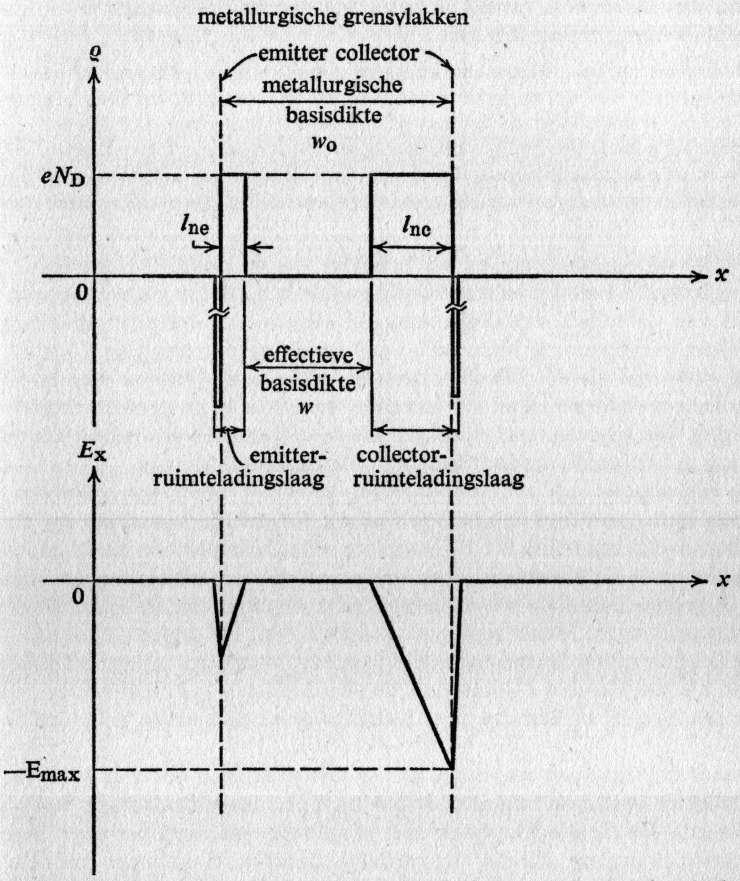


Fig. 1.17. Verdelingen van de lading en het elektrische veld in de ruimteladingslagen van een gelegeerde pnp-transistor onder normale werkomstandigheden (werking in het actieve gebied).

verdelingen gelden voor een gelegeerde pnp-transistor waarvan de emitter- en collectorgebieden veel zwaarder gedoopt zijn dan de basis. De dikte w van het neutrale basisgebied is uiteraard kleiner dan de metallurgische basisdikte w_0. Als de tegenvoorspanning op de collectorjunctie nog verder wordt opgevoerd, wordt de penetratie van de collector-ruimteladingslaag l_{nc} nog groter, waardoor de effectieve basisdikte nog meer terugloopt. In sommige transistors kan het voorkomen dat de effectieve basisdikte door dit effect tot nul wordt gereduceerd, een situatie die men *doordringing* (punch-through) noemt. Bij doordringing gedraagt de transistor zich alsof de emitter- en collectorgebieden door een vaste spanningsbron zijn verbonden, terwijl de basis dan met beide gebieden door een junctie met tegenvoorspanning verbonden lijkt.

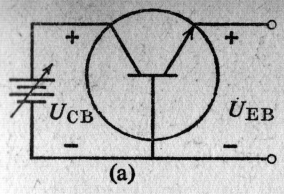
Het is natuurlijk wel mogelijk om de collector-emitterspanning op te voeren tot boven de waarde waarbij doordringing optreedt. De dynamische impedantie die de transistor bij doordringing levert, is echter zeer gering, zodat dan grote stromen gaan vloeien. De stromen worden zelfs zo groot dat de ermee gepaard gaande beweeglijke ladingdragers dan een aanzienlijk deel gaan vormen van de ladingen in de ruimteladingslaag, welke zich van emitter naar collector uitstrekt. Onder deze omstandigheden wordt de beweeglijke ruimtelading een belangrijke stroombeperkende factor.

De normale transistorwerking houdt op bij het bereiken van de doordringspanning.

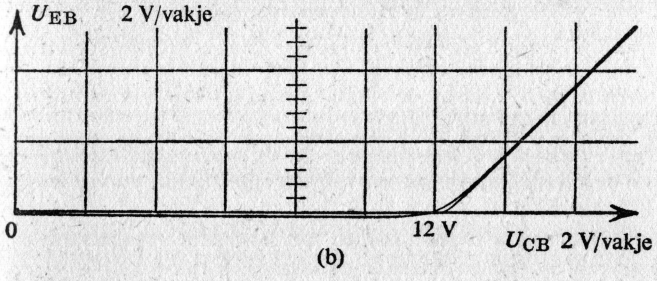
Men kan het doordringeffect aantonen met behulp van de in fig. 1.18a gegeven schakeling. Voor waarden van de collector-basisspanning die beneden de doordringspanning U_p liggen is de emitter-basisspanning bijna nul. Voor spanningen groter dan U_p stijgt de emitterspanning even snel als de collectorspanning, zoals in fig. 1.18b te zien is. In fig. 1.18c zijn de collectorkarakteristieken van dezelfde transistor in de gemeenschappelijke-emitteraansluiting weergegeven, waaruit blijkt dat de differentiële weerstand van de emitter-collectorkring in het geval van doordringing inderdaad zeer klein is.

Als een uniform, reproduceerbaar schakelingsgedrag vereist is, moet men transistors ruimschoots beneden hun doordringspanning gebruiken. Omdat de basisdikte bij het naderen van de collector-basisspanning tot U_p een grote verandering te zien geeft, treden radicale veranderingen op in de karakteristieken welke van de basisdikte afhangen. Elk transistortype dat in grotere aantallen wordt gefabriceerd vertoont een statistische verdeling van doordringspanningen. Maakt men het ontwerp zo dat het type nabij de minimale U_p-waarde werkt, dan zullen de transistors met grotere U_p-waarden een geheel ander gedrag vertonen dan die met kleinere U_p-waarden. Om deze reden is het maar zelden aan te bevelen om met een U_{CB} te werken die meer bedraagt dan ongeveer de helft van de doordringspanning.

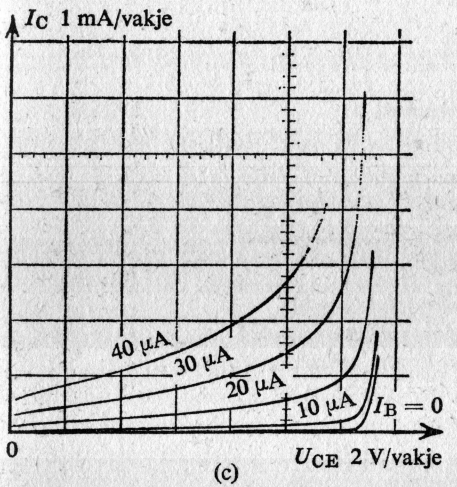
Bij veel transistors is doordringing eenvoudig niet te verwezenlijken doordat er bij het opvoeren van de collector-basisspanning al vóór dat punt een lawinedoorbraak van de collectorjunctie optreedt. De meeste transistors met gediffundeerde bases vertonen deze volgorde. Doordringing is in deze situatie niet mogelijk doordat de collector-ruimteladingslaag niet ver genoeg in het zwaar gedoopte deel van het basisgebied nabij de emitter kan doordringen.



(a)



(b)



(c)

Fig. 1.18. Doordringing in een transistor: a. schakeling voor het demonstreren van doordringing; b. overdrachtskarakteristiek; c. overeenkomstige collectorkarakteristieken voor gemeenschappelijke-emitteraansluiting.

1.6.3. *Invloed van de collectorstroom op de basisdikte*

De transistorwerking wordt verzorgd door minderheidsdragers in de basis, die de ruimteladingslagen ten gevolge van drift oversteken. Bij elektrische veldsterkten van meer dan ca. 10^3 V · cm^{-1} is de driftsnelheid van de ladingdragers niet langer evenredig met de veldsterkte. Bij veldsterkten van ca. $2 \cdot 10^4$ V · cm^{-1} nadert de driftsnelheid tot een verzadigingswaarde van ca. 10^7 cm · s^{-1} (hetgeen dicht bij de thermische snelheid ligt). Het elektrische veld in de collector-ruimteladingslaag is meestal sterk genoeg om de ladingdragers de laag met deze maximale of verzadigingsdriftsnelheid te doen oversteken.

Aangezien de driftsnelheid beperkt is, is voor een toeneming van de collectorstroom nodig dat een groter aantal minderheidsdragers de ruimteladingslaag oversteekt. Uiteindelijk wordt de ruimtelading welke met de minderheidsdragers in het basisgebied is verbonden die de ruimteladingslaag oversteken, vergelijkbaar met de ruimtelading van de onbeweeglijke donor- en acceptorionen, waarbij de totale ladingsverdeling in de ruimteladingslaag een overeenkomstige verandering vertoont.

De beweeglijke ladingdragers moeten worden opgeteld bij de onbeweeglijke ladingsdichtheid in het basisdeel van de ruimteladingslaag, en worden afgetrokken van de onbeweeglijke ladingsdichtheid in het collectordeel. Als de in fig. 1.19 voor een pnp-transistor getekende beide ruimteladingsverdelingen overeenkomen met eenzelfde tegenvoorspanningswaarde op de collectorjunctie, moeten ze hetzelfde moment (hiermee wordt de lading maal de afstand van het zwaartepunt van de lading tot de junctie) ten opzichte van de

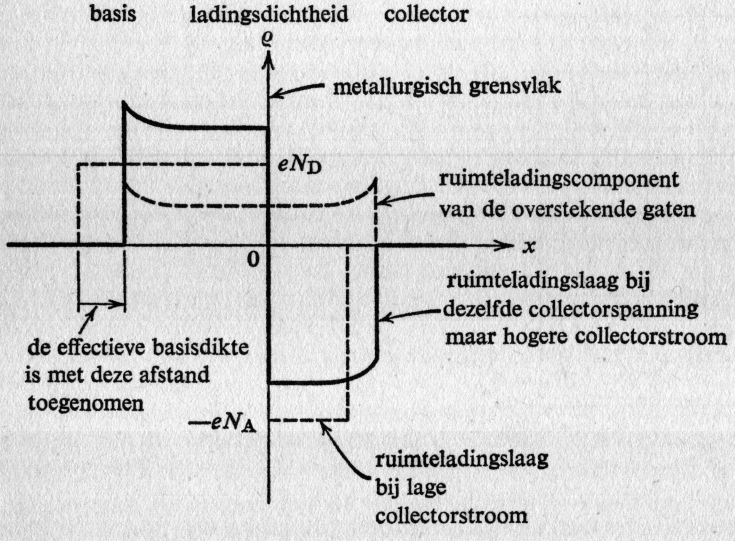


Fig. 1.19. Basisspreiding bij hoge collectorstroomsterkten.

metallurgische junctie vertonen. Dit betekent dat de hele ruimteladingslaag naar de collector toe zal verschuiven om de verandering in de ladingsdichtheid door de beweeglijke ladingdragers op te vangen. Men noemt dit effect wel *basisspreiding* (base stretching). In transistors met zwaar gedoopte collectors veroorzaakt dit verschijnsel bij zeer hoge collectorstroomdichtheden een verbreding van de basis tot bijna de volle metallurgische dikte. In transistors met een gediffundeerde collector die in het collectorgebied zelf zwaarder is gedoopt dan nabij het metallurigsche grensvlak, kan het basisgebied zelfs tot binnen het collectormateriaal worden gedrongen, waardoor de basisdikte bij grote collectorstroomdichtheden een zeer grote waarde kan aannemen.

De lading welke de beweeglijke ladingdragers aan de ruimtelading toevoegen, verandert uiteraard het verband tussen de piekwaarde van het elektrische veld en de op de ruimteladingslaag aangelegde spanning, hetgeen tot een verandering van de schijnbare lawinedoorbraakspanning van de junctie leidt. Als de basis zwaarder is gedoopt dan de collector, veroorzaken de beweeglijke ladingdragers een verlaging van de absolute waarde van de ladingsdichtheid aan de licht gedoopte kant (de collector). De tegen-voorspanning die nodig is voor de veldsterkte waarbij lawinedoorbraak optreedt, wordt hierdoor verhoogd. Met andere woorden, de schijnbare doorbraakspanning van de junctie neemt toe. Is daarentegen de collector zwaarder gedoopt dan de basis, dan veroorzaken de beweeglijke ladingdragers een toeneming van de absolute waarde van de ladingdichtheid aan de licht gedoopte kant, waardoor de schijnbare doorbraakspanning wordt verlaagd.

1.7. LAWINEVERMENIGVULDIGING IN DE COLLECTORJUNCTIE

1.7.1. *Inleiding*

Bij transistors welke bij hoge collector-basisspanningswaarden werken, doet zich een modificatie van de elektrische karakteristieken voor door de lawinevermenigvuldiging van ladingdragers in de collector-ruimteladingslaag. Ten aanzien van de werking bij gemeenschappelijke-basisconfiguratie zijn de gevolgen van deze lawinevermenigvuldiging eenvoudig na te gaan. De collectorstroom moet dan alleen worden vermenigvuldigd met een factor M, de lawinevermenigvuldigingsfactor, die steil en schijnbaar zonder limiet stijgt naarmate de collector-basisspanning dichter nadert tot de lawinedoorbraakspanning U_a. In fig. 1.20 zijn de gevolgen van lawinevermenigvuldiging in de collectorjunctie van een npn-transistor met gemeenschappelijke-basisaansluiting in beeld gebracht. In het getekende geval is U_a ongeveer 98 V, maar let er op dat de gevolgen van dragersvermenigvuldiging in de ruimteladingslaag al gaan optreden bij spanningen die nog een eind beneden deze waarde liggen. Zo leidt deze vermenigvuldiging in de collectorjunctie ertoe dat de collectorstroom al bij ca. 60 V de emitterstroom gaat overtreffen (in absolute zin).

De gevolgen van de lawinevermenigvuldiging zijn gecompliceerder en subtieler als de transistor in de gemeenschappelijke-emitterconfiguratie is aangesloten. Gaten en elek-

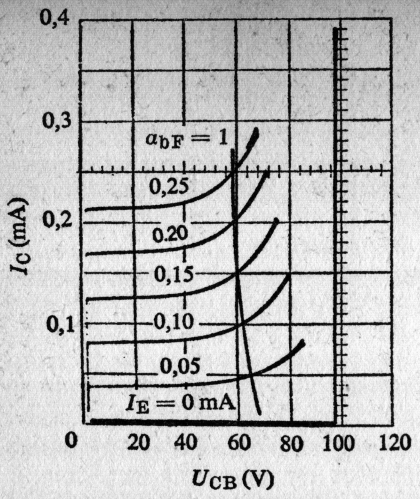


Fig. 1.20. Collectorkarakteristieken bij gemeenschappelijke-basisaansluiting, waaruit de invloed van lawinevermenigvuldiging en doorbraak van de collectorjunctie blijken. De meetkundige plaats van de punten waarvoor $I_C = I_E$ ($\alpha_{bF} = 1$) is eveneens aangegeven.

tronen worden door de vermenigvuldiging in de collectorjunctie *in paren* vrijgemaakt (men spreekt van *paarvorming*). Ladingdragers die in de collector meerderheidsdragers vormen worden door het elektrische veld de collector binnengetrokken, om daar rechtstreeks tot de collectorstromen bij te dragen. Ladingdragers van het tegengestelde type worden het *basisgebied* ingetrokken, waar ze de van buiten af toegevoerde basisstroom *verlagen*. Als de lawinevermenigvuldigingsfactor voldoende groot wordt, keert de polariteit van de basisstroom hierdoor zelfs om, doordat de vermenigvuldiging in de collectorjunctie meer meerderheidsdragers levert dan nodig zijn om de recombinatie in basis en emitter te onderhouden. Aangezien de gemeenschappelijke-emitterkarakteristieken van de collectorjunctie normaliter worden afgebeeld met de basisstromen als parameter, zijn deze curven zeer gevoelig voor een *geringe mate* van lawinevermenigvuldiging, die al bij collectorspanningen ver beneden de lawinedoorbraakwaarde een merkbare rol gaan spelen.

1.7.2. *Veranderingen in het differentiële gedrag ten gevolge van lawinevermenigvuldiging*
Het gedrag vóór de echte lawinedoorbraak wordt meestal door de vermenigvuldigingsfactor M gekarakteriseerd, gedefinieerd als de verhouding tussen de totale stroom die de junctie oversteekt en de primaire stroom I_{prim} die *buiten* de junctie wordt geleverd. Anders uitgedrukt, $(M - 1)I_{prim}$ is de stroom die door de paarvorming ten gevolge van bot-

singen binnen de ruimteladingslaag vrijkomt.

Om de invloed van de lawinevermenigvuldiging op het differentiële gedrag van een pnp-transistor te illustreren, zullen we uitgaan van een kleine verandering van de primaire stroom, ΔI_{prim}, en de tegenspanning op de collectorjunctie constant houden. Een dergelijke verandering van de primaire stroom kan alleen optreden als het minderheidstransport over de basis een verandering ondergaat (van ΔI_{prim}). In overeenstemming met de definitie van M veroorzaakt de vrijmaking van secundaire gat-elektronparen een differentiële stroom $(M-1)\Delta I_{\text{prim}}$. De extra meerderheidsstroom die nodig is om de toegenomen recombinatie in basis en emitter te onderhouden is $\delta\Delta I_{\text{prim}}$, waarin δ het totale verlies voorstelt. De nettotoenemingen van collector- en basisstroom worden zodoende:

$$\Delta(-I_C) = \Delta I_{\text{prim}} + (M-1)\Delta I_{\text{prim}} = M\,\Delta I_{\text{prim}} \tag{1.25a}$$

$$\Delta(-I_B = \delta\Delta I_{\text{prim}} - (M-1)\Delta I_{\text{prim}} = [\delta - (M-1)]\Delta I_{\text{prim}} \tag{1.25b}$$

Overeenkomstig de internationale voorschriften zijn de klemstromen positief gedefinieerd als ze *van* de aansluiting *naar* het inwendige van de transistor vloeien, zodat I_C en I_B voor een pnp-transistor in het actieve gebied beide negatief zijn. De schijnbare differentiële kortsluitstroomversterking bij gemeenschappelijke-emitteraansluiting, die we met a_{eo}' aangeven, wordt zodoende:

$$a_{eo}' = \frac{\Delta(-I_C)}{\Delta(-I_B)} = \frac{M}{\delta - (M-1)} \tag{1.26}$$

Voor lage waarden van de collector-basisspanning geldt $M \approx 1$ en $a_{eo}' = a_{eo} = 1/\delta$. Naarmate de collectorspanning toeneemt stijgt ook $(M-1)$, en daarmee ook a_{eo}'. Bij een spanning waarvoor $(M-1) = \delta$ wordt de schijnbare differentiële stroomversterking oneindig, zodat de transistor voor een toeneming van de collectorstroom geen verandering van de basisstroom meer nodig heeft. De collector-basisspanning waarbij deze situatie optreedt heet de houdspanning U_s.

We kunnen een schatting maken van de houdspanning in termen van de lawinedoorbraakspanning door de gebruikelijke empirische betrekking voor de invloed van de collector-basisspanning op de vermenigvuldigingsfactor M toe te passen:

$$M = \left[1 - \left(\frac{|U_{CB}|}{U_a}\right)^n\right]^{-1} \tag{1.27}$$

waarin U_a de lawinedoorbraakspanning is en de exponent n in het gebied tussen 1,5 en 6,5 ligt. De spanning waarbij $(M-1) = \delta$ wordt zodoende:

$$U_s = \sqrt[n]{\frac{\delta}{1+\delta}}\,U_a \tag{1.28}$$

Voor typische numerieke waarden van δ en n bedraagt de houdspanning 1/10 à 1/3 van de lawinedoorbraakspanning. Aangezien δ van de ruststroom waarbij de transistor werkt afhangt, is de houdspanning stroomafhankelijk. Wanneer het gaat om de invloed

van de stroomsterkte op δ voor een transistor die bij zulke hoge collectorspanningen werkt dat de lawinevermenigvuldiging een merkbare rol gaat spelen, is het gewenst om δ in de emitterruststroom uit te drukken in plaats van in de collectorruststroom, welke laatste immers zelf wordt vermenigvuldigd. Als gevolg hiervan vertoont de houdspanning op de collectorkarakteristieken (bij gemeenschappelijke-emitteraansluiting) in het algemeen de vorm van een kromme, en niet van een constante-spanningslijn.

Als de collector-basisrustspanning groter is dan de houdspanning, is de schijnbare waarde van α_e negatief; om differentiële veranderingen in de collectorstroom te bewerkstelligen zijn dan veranderingen van de basisstroom nodig waarvan de polariteit tegengesteld is aan die welke normaliter bij transistorwerking optreedt. Deze omkering van de polariteit is een gevolg van het feit dat de secundaire ladingdragers die door de lawinevermenigvuldiging vrijkomen, meer dan voldoende zijn om de extra recombinatie te onderhouden [zie (1.25b)], zodat de overblijvende ladingdragers door de basisstroom moeten worden afgevoerd.

De differentiële uitgangsweerstand van een transistor is bij werking boven de houdspanning negatief. We kunnen dit negatieve weerstandsbereik aantonen door de gevolgen van een *toeneming* van de absolute waarde van U_{CB} bij vaste I_B na te gaan. Zowel M als I_p zullen dan veranderen. De secundaire stroom die na de stijging van $|U_{CB}|$ naar de basis terugvloeit is

$$(M + \Delta M - 1)\,(I_{prim} + \Delta I_p)$$

waarin M en I_{prim} de vermenigvuldigingsfactor en de primaire stroom vóór de verandering voorstellen. Aangezien de totale basisstroom constant is, moet de verandering van de secundaire stroom worden gecompenseerd door een verandering van de recombinatie. Dat wil zeggen:

$$(M + \Delta M - 1)\,(I_{prim} + \Delta I_{prim}) - (M - 1)I_{prim} = \delta \Delta I_{prim} \tag{1.29}$$

Als we nu de secundaire termen verwaarlozen, levert deze vergelijking voor de *verandering* van de primaire stroom:

$$\Delta I_{prim} = -\frac{I_{prim}}{(M-1) - \delta}\,\Delta M \tag{1.30a}$$

De overeenkomstige *verandering* van de totale collectorstroom is [zie (1.25a)]:

$$\begin{aligned} \Delta(-I_C) &= (M + \Delta M)(I_{prim} + \Delta I_{prim}) - MI_{prim} \\ &= I_{prim}\left[1 + \frac{M}{\delta - (M-1)}\right]\Delta M \end{aligned} \tag{1.30b}$$

waarin de secundaire termen weer zijn verwaarloosd. Bij werking boven de houdspanning is de tweede term tussen vierkante haken, die gelijk is aan de schijnbare stroomversterking α_{eo}' [zie (1.26)], *negatief* en groot genoeg om het geheel te overheersen. Verder is ΔM voor een toeneming van de absolute waarde van de collector-basisspanning *positief* [zie

(1.27)]. Een *toeneming* van de absolute waarde van de collector-basisspanning levert dus een *afneming* van de absolute waarde van de collectorstroom, zodat $\Delta(-I_C)$ *negatief* is. De differentiële uitgangsweerstand is bij vaste basisstroom derhalve negatief.

1.7.3. *Veranderingen in de uitgangskarakteristieken (bij gelijkstroom)*

De uitgangskarakteristieken van de gemeenschappelijke-emitteraansluiting, waarin de basisstroom de parametrische variabele is, worden eveneens al vóór de eigenlijke doorbraak sterk beïnvloed door het vermenigvuldigingseffect. We kunnen een inzicht krijgen in het algemene verloop van de collectorkarakteristieken door de Ebers-Moll-vergelijkingen voor het actieve gebied voor dit doel te modificeren. De primaire stroom die de collectorjunctie passeert kan als volgt worden geschreven:

$$I_{\text{prim}} = -a_{bF} I_E - I_{CBO} \tag{1.31a}$$

De totale collectorstroom, inclusief de secundaire stroom ten gevolge van ioniserende botsingen, wordt zodoende:

$$I_C = -M[a_{bF} I_E + I_{CBO}] \tag{1.31b}$$

De stroomwet van Kirchhoff stelt dat:

$$I_B = -(I_E + I_C) \tag{1.32}$$

Door I_E uit (1.31b) en (1.32) te elimineren krijgen we:

$$I_C = \frac{Ma_{bF}}{1 - Ma_{bF}} I_B - \frac{M}{1 - Ma_{bF}} I_{CBO} \tag{1.33}$$

Uit dit resultaat blijkt dat de stroomversterking voor de gemeenschappelijke-emitteraansluiting en grote signalen, in de vergelijking de coëfficiënt van I_B, een singulariteit heeft als:

$$Ma_{bF} = 1 \tag{1.34}$$

Aangezien de lawinevermenigvuldigingsfactor M een functie is van U_{CB} ($\approx U_{CE}$), en a_{bF} een functie is van de emitterstroom I_E ($\approx |I_C|$ als $|I_B| \ll |I_C|$), wordt door (1.34) een kromme op de collectorkarakteristieken gedefinieerd. Verder geldt dat de nullijn van de basisstroom tot zeer hoge stroomsterkten oploopt als Ma_{bF} tot 1 nadert. De collectorkarakteristieken met de basisstroom als parameter geven zodoende bij spanningen welke vergelijkbaar zijn met de houdspanning een plotselinge steile stijging te zien. Men dient hierbij echter goed in te zien dat de onbeperkte toeneming van de collectorstroom (bij vaste basisstroom) *geen* lawinedoorbraak voorstelt, en de transistor kan dan ook werken bij collector-basisspanningen die groter zijn dan die welke door de lijn van (1.34) worden gegeven.

De hierboven beschreven aspecten zijn geïllustreerd in fig. 1.21a, waarin een typische schaar uitgangskarakteristieken van de gemeenschappelijke-emitteraansluiting is afge-

beeld. De lawinedoorbraakspanning van deze transistor bedraagt ca. 67 V. De houdspanning, waarbij de differentiële stroomversterking oneindig is, bedraagt bij lage collectorstromen ongeveer 15 V.

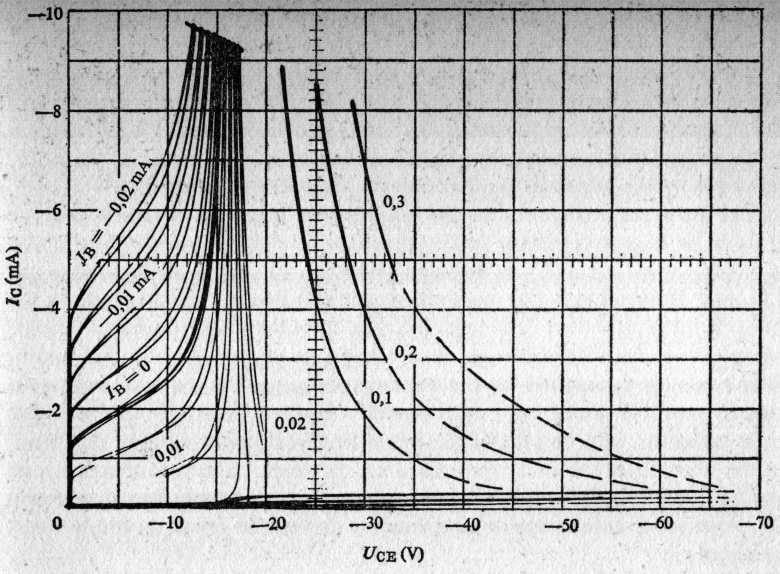
De collectorkarakteristieken van de gemeenschappelijke-emitteraansluiting in fig. 1.21a vertonen *beneden de houdspanning* een grote overeenkomst met de curven van fig. 1.18 (die de gevolgen van de doordringing illustreren). Een transistor kan echter met U_{CE} boven de *houdspanning* werken, in het gebied van de karakteristieken waar de basisstroom in omgekeerde richting vloeit, terwijl werking boven de *doordringspanning niet* mogelijk is.

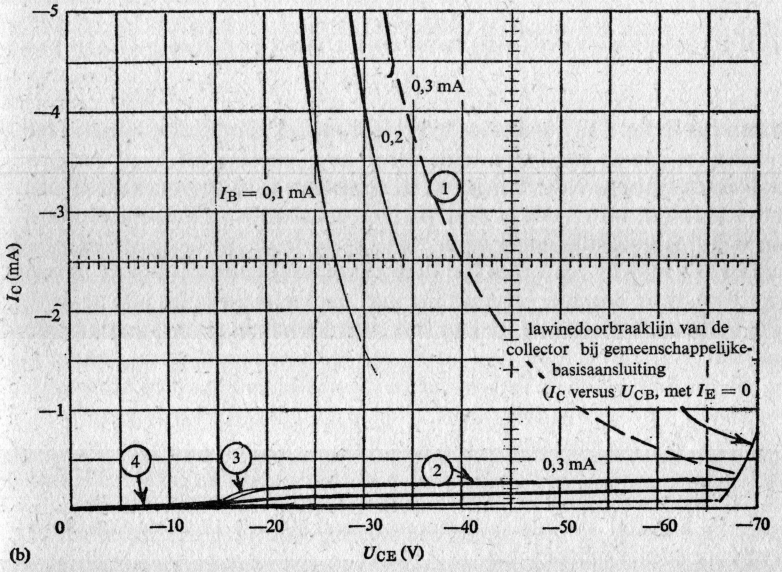
Zoals in fig. 1.21a te zien is verandert het verloop van de omgekeerde basisstroom nogal drastisch bij $|I_C| < I_B$. Hoewel men dit gebied in de praktijk niet gebruikt, is het toch nuttig om hier een enkel woord aan het verloop van de curven te wijden. Het gebied van negatieve weerstand dat in fig. 1.21b met (1) is aangegeven, is reeds behandeld voor omgekeerde basisstromen waarvoor $|I_C| > I_B$. Dit gebied eindigt op het punt waar $I_C = -I_B$, (en zodoende $I_E = 0$), dat binnen enkele tienden volt van de met een onderbroken lijn aangegeven gemeenschappelijke-basiscurve voor $I_E = 0$ ligt, zodat de waarde ervan weinig afwijkt van de lawinedoorbraakspanning van de collectorjunctie. Elke verdere afneming van de collectorstroom bij constante basisstroom moet dus tot het negatief worden van I_E en daarmee van U_{EB} leiden. Er staat dan een tegenvoorspanning op zowel de emitter- als de collectordiode. Onder deze omstandigheden geldt een limietwaarde voor de bereikbare emitterstroom, die wordt gegeven door:

$$I_E = -\frac{I_{EBO}(1 - \alpha_{bF})}{1 - \alpha_{bF}\alpha_{bR}}$$

een waarde die ook in het geval van vermenigvuldiging in de collectorjunctie onveranderd blijft. Deze limietwaarde van $|I_E|$ is kleiner dan I_{EBO} (dus minder dan 1 μA, zelfs in germanium). Elke poging om $|I_C|$ merkbaar kleiner te maken dan I_B, *moet dus de emitterdiode in het lawinegebied dringen*, hetgeen met een overeenkomstige afneming van U_{EB} tot de lawinedoorbraakspanning van de emitterjunctie (voor deze transistor —50 V) gepaard gaat. Gebied (2) in fig. 1.21b komt dus overeen met tegenvoorspanning op de emitterjunctie en lawinedoorbraak van de collectorjunctie. In gebied (3) treedt over beide juncties lawinedoorbraak op, zodat de betreffende waarde van U_{CE} weinig zal afwijken van het verschil tussen de beide lawinedoorbraakspanningen. In gebied (4) tenslotte wordt U_{CE} zo klein dat de collectorjunctie niet langer een lawinedoorbraak vertoont, maar de emitterjunctie nog wel.

Fig. 1.21. Uitgangskarakteristieken voor de gemeenschappelijke-emitteraansluiting, waaruit de invloed van lawinevermenigvuldiging en de ermee gepaard gaande omkering van de basisstroom blijken. De doordringspanning van deze transistor ligt boven de lawinedoorbraakspanning (de hysteresis en abnormaal hoge I_{CO} worden door verwarmingsverschijnselen veroorzaakt): a. oscilloscoopfoto (de onderbroken lijnen zijn geretoucheerd). Voor het gebied waar de basisstroom van richting omkeert is een externa basisstroombron gebruikt (1 MΩ en 100, 200 en 300 V); b. vergrote schalen voor het gebied met omgekeerde basisstroom.


−10
−8
−6
−4
−2
0
I_C (mA)
$I_B = -0{,}02$ mA
−0,01 mA
$I_B = 0$
0,01
0,02
0,1
0,2
0,3
−10
−20
−30
−40
−50
−60
−70
U_{CE} (V)


−5
−4
−3
−2
−1
0
I_C (mA)
0,3 mA
0,2
$I_B = 0{,}1$ mA
1
lawinedoorbraaklijn van de collector bij gemeenschappelijke-basisaansluiting
(I_C versus U_{CB}, met $I_E = 0$
0,3 mA
2
3
4
−10
−20
−30
−40
−50
−60
−70
U_{CE} (V)

(b)

Transistors kunnen in gebied (1) werken, dat men dikwijls het lawinegebied noemt, tussen U_S en U_a, als de schakeling zo is uitgevoerd dat deze deomgekeer de basisstroom kan verwerken. Vanwege het gebied met negatieve weerstand van de collectorkarakteristieken kan er een negatieve-weerstandsschakeling optreden, zodat de transistor als een bistabiele schakel of monostabiele impulsgenerator kan worden gebruikt. De experimentele bepaling van de collectorkarakteristieken in het lawinegebied is dikwijls lastig, doordat oscillaties optreden welke verband houden met de negatieve weerstand.

De werking in het lawinegebied van de collectorkarakteristieken kan in ernstige mate worden beperkt door de energiedissipatie in de transistor. Het lawinegebied begint pas bij betrekkelijk grote collectorspanningswaarden, terwijl ook grote collectorstroomwaarden mogelijk zijn. Bovendien willen we erop wijzen dat de omkering van de basisstroom, die kenmerkend is voor het lawinegebied, een *inknijping* van de longitudinale stroom veroorzaakt. Dit is een afknijping van de collector, in tegenstelling tot het afknijpen van de emitter zoals die normaliter bij het werken met hoge stroomsterkten optreedt (zie de bespreking in par. 1.4). Door het comprimeren van de collectorstroom naar het middelpunt van de collector, kan de plaatselijke verhitting veel hoger worden dan wanneer dezelfde totale vermogensdissipatie uniform over het hele collectoroppervlak zou zijn verdeeld. Verder brengt het inknijpeffect met zich mee dat de ohmse basisweerstand zeer groot wordt; voor grote collectorstromen benadert de waarde ervan de totale weerstand van de basislaag r_B.

1.8. INVLOED VAN DE WERKOMSTANDIGHEDEN OP DE ELEKTRISCHE PARAMETERS

1.8.1. *Inleiding*

Alle parameters van het in fig. 1.1a afgebeelde hybride-π-model voor kleine signalen hangen af van het werkpunt van de transistor zoals dat door I_C en U_{CB} (of U_{CE}) wordt bepaald. De gedetailleerde fysische elektronica van de transistor is in de voorgaande paragrafen zover ontwikkeld dat we vrijwel al deze parametervariaties nu kunnen verklaren, en dit vormt dan ook ons volgende onderwerp.

We willen er echter de nadruk op leggen dat deze paragraaf bedoeld is om de in voorgaande delen van deze serie gegeven behandeling van parametervariaties *aan te vullen*, en niet om deze te vervangen. Zo zullen we hier ook geen herhaling geven van de bespreking van het parameterverloop op basis van het globale fysische model, maar daar alleen een behandeling aan toevoegen van de verschijnselen die uitsluitend tegen de achtergrond van de in dit hoofdstuk beschouwde secundaire effecten kunnen worden begrepen.

De parameters waar we onze aandacht op richten zijn:

1. De steilheid g_m.
2. De kortsluitstroomversterking bij gemeenschappelijke-emitteraansluiting a_{eo}.
3. De frequentie f_T waarbij de kortsluitstroomversterking bij gemeenschappelijke-emitteraansluiting voor kleine signalen 1 is.

1.8.2. *De steilheid bij hoge collectorstroomsterkten*
De differentiële steilheid g_m is gedefinieerd als

$$g_m \equiv -\left.\frac{\delta I_C}{\delta U_{EB'}}\right|_{U_{CB}\text{ constant}} \tag{1.35}$$

waarin $U_{EB'}$ de spanning is die tussen de emitteraansluiting en een fictieve 'interne basis-aansluiting' B' bestaat, die *binnen* de basisweerstand is gelegen. $U_{EB'}$ verschilt van U_{EB} omdat de ohmse spanningsverliezen in het basisgebied erin niet zijn inbegrepen. Voor collectorstromen die zo klein zijn dat in de basis de voorwaarde van beperkte injectie geldt en tegelijkertijd zo groot dat de thermische paarvorming mag worden verwaarloosd, wordt de steilheid gegeven door (1.1):

$$g_m = \frac{e|I_C|}{kT} \tag{1.1}$$

Uit de analyse van par. 1.3.4. is gebleken dat de betrekking tussen I_C en $U_{EB'}$ voor een pnp-transistor in het geval van sterke injectie in de basis wordt gegeven door:

$$I_C = -B\exp\{eU_{EB'}/(1+m)kT\} \tag{1.36}$$

overeenkomstig (1.15b). De parameter m varieert van ca. 0,3 in germanium tot ca. 0,45 in silicium. De steilheid van een pnp-transistor bij grote stroomsterkten is dus

$$g_m = \frac{e}{(1+m)kT}|I_C| \tag{1.37a}$$

en het overeenkomstige resultaat voor een npn-transistor:

$$g_m = \frac{e}{(1-m)kT}|I_C| \tag{1.37b}$$

De steilheid is hierin uitgedrukt in de collectorruststroom bij het werkpunt. Verder wordt de $g_m u$-generator in het differentiële model gestuurd door een spanning die *binnen* de differentiële basisweerstand ligt; transversale ohmse spanningsverliezen zijn hierin niet vervat. Dit betekent dat de steilheid bij grote stroomsterkten *niet* wordt beïnvloed door het *longitudinale* elektrische veld in de basis, noch door het afknijpen van de emitter ten gevolge van transversale 'ohmse' spanningsverliezen in de basis. In het model zijn de gevolgen van transversale ohmse spanningsverliezen voor kleine signalen uitgedrukt in de differentiële basisweerstand r_x, en de gevolgen van de transversale niet-ohmse emk in de steilheid. Hoewel deze keuze enigszins willekeurig is, is deze verdeling wel bijzonder praktisch, omdat hierdoor twee fundamenteel verschillende fysische effecten in twee verschillende modelelementen worden gescheiden. Hoewel het afknijpen van de emitter en het door de drift ondersteunde transport van ladingdragers over de basis zeer zeker de dif-

ferentiële spanningsversterking *van de transistor* beïnvloeden, brengen we deze verschijnselen in het model in rekening door middel van veranderingen in r_x en r_π in plaats van een steilheidsmodificatie.

1.8.3. *Kortsluitstroomversterking bij gemeenschappelijke-emitteraansluiting*
Deze parameter is gedefinieerd als:

$$a_{eo} \equiv \left.\frac{\delta I_C}{\delta I_B}\right|_{v_{CE}\ \text{constant}} \tag{1.38}$$

In de hybride-π-parameters uitgedrukt is de waarde ervan bij benadering $g_m r_\pi = 1/\delta$, waarin δ het totale verlies van de transistor voorstelt. Voor nagenoeg alle transistors vertoont a_{eo} bij lage stroomsterkten een geleidelijke stijging met de collectorstroom, gevolgd door een breed maximum en daarna een teruggang wanneer de collectorstroom het gebied van sterke injectie bereikt. Fig. 1.2 geeft een typisch beeld van dit verloop.

Er zijn drie verschijnselen die aan dit gedrag ten grondslag liggen. De toeneming van a_{eo} met de stroom bij lage collectorstromen is het gevolg van de afnemende invloed van differentiële stroomcomponenten die de oppervlakte- en ruimteladingsrecombinatie voorstellen, zoals deze in par. 1.2 zijn beschreven. Een tweede factor die tot een stijging van a_{eo} bij het oplopen van de collectorstroom naar het gebied van sterke injectie leidt, is het longitudinale elektrische veld in de basis, dat het minderheidstransport ondersteunt. Dit effect, dat in par. 1.3.2 is behandeld, is de voornaamste reden voor de toeneming van a_{eo} in germaniumtransistors onder typische werkomstandigheden. Zoals in fig. 1.2 te zien is, vertoont de stroomversterking dan een maximum, om bij zeer grote collectorstromen altijd weer af te nemen. Deze teruggang vindt zijn verklaring in de twee volgende verschijnselen. In de eerste plaats loopt het emitterrendement door de toegenomen injectie in de emitter terug als er een sterke injectie in de basis plaats vindt. Dit verschijnsel is in par. 1.3.3 behandeld, waarbij is gebleken dat het emitterdeel van het verlies bij voldoende grote collectorstromen evenredig wordt met I_C. In de tweede plaats wordt het quasi-neutrale basisgebied bij hoge collectorstromen verbreed, zoals in par. 1.6.3 is besproken, waardoor het basisdeel van het verlies toeneemt.

Het niveau van de collectorstroom waarbij de stroomversterking bij de gemeenschappelijke-emitteraansluiting een maximum vertoont, komt ruwweg overeen met het begin van sterke injectie in de basis. Dit betekent dat a_{eo} bij ongeveer dezelfde I_C-waarde begint af te nemen als waarbij de steilheid verandert van

$$\frac{e}{kT}|I_C| \quad \text{in} \quad \frac{e}{(1 \pm m)kT}|I_C|$$

De transversale opeenhoping van overmaat ladingdragers in het basisgebied heeft een betrekkelijk geringe directe invloed op de stroomversterking. De stroomversterking wordt beheerst door recombinatieverschijnselen die gevoeliger zijn voor de hoeveelheid overmaatlading dan voor de verdeling ervan. Dit feit is ook weerspiegeld in ons gebruik van

een constante levensduur van de overmaatladingdragers bij de analyse. Wel maakt de transversale opeenhoping het oppervlakterecombinatie-effect belangrijker, terwijl het verschijnsel er verder toe leidt dat al bij lagere collectorstromen een sterke injectie optreedt. Om deze redenen bestaat er een zekere koppeling tussen de beide niet-lineaire effecten.

De stroomversterking bij gemeenschappelijke-emitteraansluiting hangt verder ook af van de collectorspanning. Deze afhankelijkheid is een gevolg van de verbreding van de collector-ruimteladingslaag, die tot een uniforme stijging van α_{eo} met de absolute waarde van U_{CE} leidt, zoals in fig. 1.18c en 1.21 te zien is. Een tweede reden is de lawinevermenigvuldiging. Dit laatste effect, dat in par. 1.7 is behandeld, brengt met zich mee dat de stroomversterking bij de houdspanning oneindig wordt en bij collectorspanningen boven deze waarde van teken omkeert.

1.8.4. *Hoogfrequentgedrag – f_T*

f_T, de frequentie waarbij de absolute waarde van de stroomversterking bij gemeenschappelijke-emitteraansluiting voor kleine signalen tot 1 geëxtrapoleerd wordt, levert ons een zeker inzicht in de prestaties van de transistor als lineaire versterker bij zeer hoge frequenties. In hybride-π-parameters uitgedrukt (als C_{sc} in het model nul wordt gesteld), wordt f_T:

$$f_T = \frac{1}{2\pi} \frac{g_m}{C_\pi + C_\mu} \tag{1.39}$$

De parameter f_T hangt zowel van de collectorstroom als van de collector-basisspanning bij het werkpunt af. Dit verband is in fig. 1.22 voor een typische planaire silicium transistor weergegeven.

De invloed van U_{CE} op f_T bij constante I_C is het gevolg van de invloed van de collectorvoorspanning op de basisdikte w, zoals die in par. 1.6.2 is besproken. De steilheid bij een gegeven I_C-waarde is onafhankelijk van de basisdikte. Wanneer $|U_{CE}|$ toeneemt, worden beide differentiële capaciteiten in (1.39) kleiner, waardoor f_T monotoon stijgt. De basisoplaadcomponent van de capaciteit C_π is een functie van w^2 en daardoor altijd de dominerende factor.

De waargenomen invloed van I_C op f_T bij constante U_{CE} is op een combinatie van meerdere fysische verschijnselen terug te voeren. Wanneer de collectorstroom van lage waarden oploopt, ontstaat daarbij een longitudinaal elektrisch veld dat het transport van minderheidsdragers over de basis *ondersteunt*, zoals in par. 1.3.2 is aangetoond. Dit houdt in dat men snellere veranderingen van de differentiële collectorstroom kan bereiken met kleinere veranderingen in de overmaat ladingopslag, een verschijnsel dat zich als een toeneming van f_T manifesteert. Verder neemt f_T in het gebied van lage stroomsterkten toe met de collectorstroom, omdat g_m en de basis-laadcomponent van C_π functies zijn van I_C, terwijl C_μ en de C_π-component die betrekking heeft op de emitter-ruimteladingslaag (C_{je}) onafhankelijk zijn van I_C. Op zichzelf genomen zou dit effect een constante asymp-

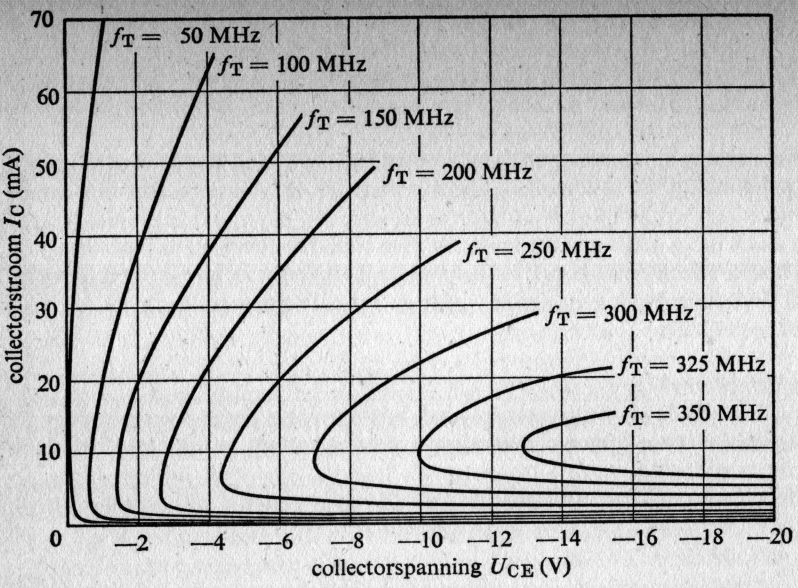


Fig. 1.22. Lijnen van constante f_T in het $I_C|U_{CE}$-vlak van een planaire siliciumtransistor (type 2N2401).

toot van f_T bij hoge stroomsterkten leveren, maar in plaats van bij hoge collectorstroomwaarden tot een dergelijke asymptoot te naderen, vertoont f_T een maximum, waarna de waarde ervan weer terugloopt. Dit gedrag is een gevolg van de in par. 1.6.3 behandelde basisspreiding, waardoor w bij stijgende I_C toeneemt. De basis-laadcomponent van C_π neemt hierdoor nog sneller toe dan I_C, hetgeen in een teruggang van f_T resulteert.

Voor een belangrijke categorie transistors (bijvoorbeeld door epitaxie of drievoudige diffusie gefabriceerde uitvoeringen) kan de collector-ruimteladingslaag veel dikker zijn dan het quasi-neutrale basisgebied. Bij deze transistors oefent de lading van de ladingdragers die de ruimteladingslaag oversteken, een belangrijke invloed uit op f_T. Laten we, om dit probleem te demonstreren, uitgaan van de in fig. 1.23 afgebeelde geïdealiseerde pnip-transistor. Hierbij is aangenomen dat de transistor zo is vervaardigd dat er een dik intrinsiek gebied tussen de basis- en collectorgebieden is gelegen. De soortelijke weerstand van deze beide laatste lagen is veel geringer. In echte transistors zal de overgang tussen de vier gebieden wel geleidelijker verlopen, maar het eenvoudige model levert een geschikt uitgangspunt voor de afleiding van de algemene resultaten.

Legt men een tegenvoorspanning op de collectorjunctie aan bij $I_E = 0$, dan vertonen de grafieken van p, n en E_x in het 'I'-gebied een constant verloop. In het basis- en collectorgebied loopt E_x zeer snel terug ten gevolge van hun kleine soortelijke weerstand.

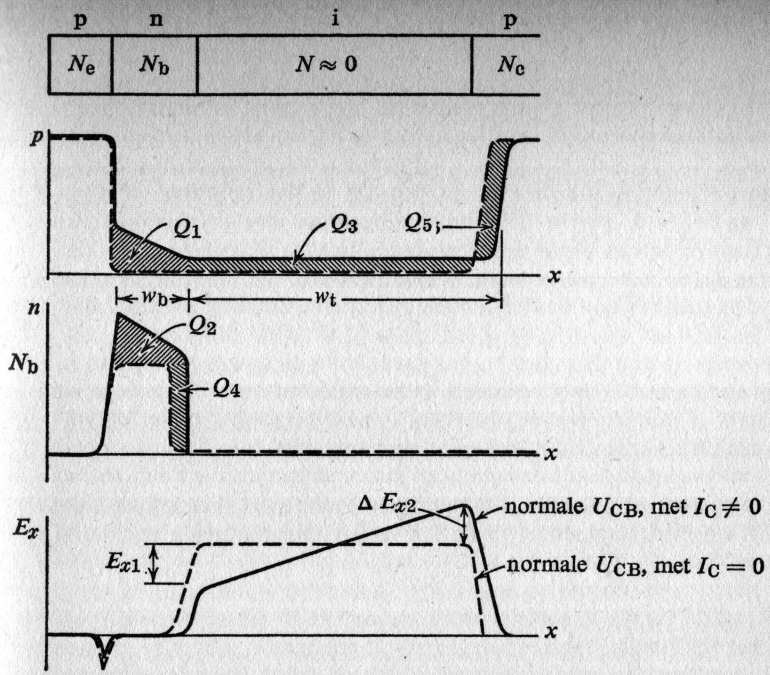


Fig. 1.23. Ladingsopslag in een pnip-transistor.

Wordt nu een emitterstroom aangelegd, dan zullen er gaten van de emitter naar de collector vloeien, terwijl ook de ladingopslag in de transistor verandert (toeneemt). De belangrijkste van deze toenemingen zijn in fig. 1.23 door gearceerde oppervlakken met de symbolen Q_i aangegeven. We kunnen deze als volgt nader preciseren:

Q_1 is de lading die met de diffusie van minderheidsdragers tussen de emitter- en collector-ruimteladingslagen gepaard gaat; deze factor is bijna gelijk aan die in een pnp-transistor, met uitzondering van de invloed van de eindige dragersconcentratie bij de grens van de collector-ruimteladingslaag.

Q_2 is de meerderheidslading die aan het basisgebied moet worden toegevoerd om de quasi-neutraliteit van de lading in dat gebied te handhaven.

Q_3 is de lading van de ladingdragers welke de ruimteladingslaag oversteken. Aannemende dat E_x groter is dan de hier geldende kritische waarde, steken de ladingdragers het '*i*'-gebied met een constante verzadigingssnelheid over, die min of meer onafhankelijk is van E_x. Voor zowel germanium als silicium is deze verzadigingssnelheid, v_1, van de orde van 50 μm per ns (ofwel $5 \cdot 10^6$ cm $\cdot$ s^{-1}, hetgeen ongeveer met de thermische snel-

heid overeenkomt) voor $E_x >$ ca. 0,5 V · µm^{-1}. Q_3 wordt zodoende:

$$Q_3 = \frac{w_t}{v_1} I_c$$

waarin w_t/v_1 de tijd voorstelt welke de dragers nodig hebben om het *i*-gebied over te steken.

Q_4 en Q_5 zijn de ladingen die nodig zijn om Q_3 te neutraliseren; er geldt dus $Q_4 + Q_5 = Q_3$ en $E_x \approx 0$ buiten de ruimteladingslagen aan weerskanten van het *i*-gebied. Om nu de invloed van Q_3 op f_T te berekenen moeten we bepalen welk deel van Q_3 door de lading Q_4 in het basisgebied is geneutraliseerd. We herinneren eraan dat ω_T^{-1} bij benadering gelijk is aan de differentiële meerderheidslading die door de basisstroom aan het basisgebied wordt toegevoerd, gedeeld door de differentiële collectorstroom, *zonder* toeneming van de collector-emitterspanning (u_{CE} wordt constant gehouden). Omdat u_{BE} slechts zeer weinig verandert, is het voldoende om bij de bepaling van ω_T^{-1} u_{CB} constant te houden, hetgeen betekent dat het oppervlak onder de grafische voorstelling van het elektrische veld in het ruimteladingsgebied tussen basis en collector onveranderd moet blijven gedurende de lading- en stroomstijgingen die bij de meting van de kortsluitstroomversterking optreden. Ervan uitgaande dat vrijwel de gehele collectorspanning over het *i*-gebied staat, moet in fig. 1.23 ΔE_{x1} bij benadering gelijk zijn aan ΔE_{x2}, en zodoende $Q_4 \approx Q_5$. Dit levert:

$$Q_1 \approx Q_2 \approx \left(\frac{w_b^2}{2D_b} + \frac{w_b}{v_1}\right) I_c$$

$$Q_4 \approx Q_5 \approx \tfrac{1}{2} Q_3 \approx \left(\frac{w_t}{2v_1}\right) I_c$$

waarbij de term met v_1 in de eerste bovenstaande vergelijking het gevolg is van de aanzienlijke opslag aan beweeglijke gaten in de ruimteladingslaag van de ni-junctie. Uit deze vergelijkingen volgt voor ω_T:

$$\frac{1}{\omega_T} \approx \frac{Q_2 + Q_4}{I_c} \approx \frac{w_b^2}{2D_b} + \frac{w_b + \frac{1}{2}w_t}{v_1}$$

Voor een typische snelle transistor gelden bijvoorbeeld de volgende waarden: $w_b = 0{,}2$ µm en $w_t = 2$ µm. Voor $D_b = 1$ (µm)^2 · ns^{-1} (ofwel $D_b = 10$ cm^2 · s^{-1}, wat een typische waarde is voor silicium met lage soortelijke weerstand), en $v_1 = 50$ µ · ns^{-1}, levert dit:

$$\frac{1}{\omega_T} \approx \frac{0{,}22}{2} + \frac{1{,}2}{50} = 0{,}02 + 0{,}024 = 0{,}048 \text{ ns}$$

ofwel

$$_T \approx 3{,}3 \text{ GHz}$$

Normaliter zal f_T door de capaciteiten van de emitter-ruimteladingslaag en het montageplaatje ongeveer worden gehalveerd; let er echter op dat de bijdrage van Q_4 in f_T minstens zo belangrijk is als de $w_b^2/2D_b$-term.

We wijzen er terloops op dat de doorgang van de collectorstroom in fig. 1.23 de maximale elektrische veldsterkte bij een gegeven collectorspanning beïnvloedt, en zodoende de lawinedoorbraakspanning verandert.

1.8.5. *De differentiële basisweerstand*

In par. 1.4 is gebleken dat de invloed van de transversale spanningsverliezen in het basisgebied op de gelijkstroomkarakteristieken van de transistor in het algemeen *niet* door een constante geconcentreerde weerstand in de basisaansluiting kan worden voorgesteld. Bij het lineaire, differentiële model kunnen de gevolgen van transversale spanningsverliezen in de basis daarentegen wél worden voorgesteld door een element in de basisaansluiting op te nemen, en wel een geconcentreerde impedantie z_x. In de regel gebruiken we voor de differentiële basisimpedantie eenvoudig een weerstand r_x, zoals ook in fig. 1.1a is gedaan. Als r_x aan het differentiële model wordt toegevoegd is het in het algemeen nodig om de differentiële ruimteladingscapaciteit in twee componenten te splitsen. De component die *niet* via r_x wordt opgeladen, wordt met C_{sc} aangeduid (zie fig. 1.1).

De differentiële basisweerstand hangt zowel van U_{CE} als van I_C af. De invloed van de collectorspanning wordt voornamelijk veroorzaakt door de invloed van U_{CB} op de basisdikte, die in par. 1.6.2 is behandeld. Naarmate de tegenvoorspanning op de collectorjunctie toeneemt, wordt de collector-ruimteladingslaag dikker en het basisgebied overeenkomstig versmald. Aangezien de basisstroom in de transversale richting vloeit (evenwijdig aan de juncties), zullen de ermee verbonden spanningsverliezen toenemen wanneer de dikte van het actieve basisdeel dat deze stromen doorlopen afneemt. Als gevolg hiervan neemt de differentiële basisweerstand bij stijgende absolute waarde van U_{CE} toe.

De invloed van de collectorstroom op de basisweerstand wordt veroorzaakt door het in par. 1.4 besproken afknijpen van de emitter. Voor zeer kleine collectorstromen blijft de differentiële basisweerstand vrijwel constant, gelijk aan de som van de weerstand van het inactieve basisdeel plus 1/3 maal de transversale weerstand van het actieve basisdeel (voor een rechthoekige structuur). Naarmate de collectorstroom toeneemt en afknijping van de emitter gaat optreden, daalt de basisweerstand ten gevolge van de geleidbaarheidsmodulatie door de overmaatdragers en de opeenhoping van collectorstroomdichtheid in de richting van de basisaansluiting. Bij aanzienlijke afknijping van de emitter en sterke injectie in de basis, een situatie die in par. 1.6.4 is beschreven, is de bijdrage van het actieve basisdeel tot de totale basisweerstand verwaarloosbaar klein.

1.9. NOMINALE STROOM- EN SPANNINGSWAARDEN VAN TRANSISTORS

1.9.1. *Inleiding*

De fabrikanten geven bij al hun transistortypen bepaalde maximale toegelaten waarden (nominale waarden) op. In de regel omvatten deze nominale bedrijfsgegevens voorschriften omtrent de maximale klemspanningen en -stromen, alsmede maxima van de energiedissipatie en de temperatuur. De bespreking van de nominale energiedissipatie en temperatuur komt in hfdst. 2 aan de orde; op het ogenblik beperken we ons tot de nominale stromingen en spanningen.

1.9.2. *Nominale collectorspanning*

De absolute maximale waarde van de collector-basisspanning waarbij een transistor kan worden gebruikt, wordt bepaald door de spanning waarbij hetzij doordringing, hetzij lawinedoorbraak plaats vindt, al naar gelang welk effect het eerst optreedt. In beide gevallen stijgt de collectorstroom onbeperkt als U_{CE} tot de limietwaarde nadert; blijft deze door hoge stroomsterkten gekarakteriseerde situatie langere tijd gehandhaafd, dan zal de transistor onherroepelijk 'doorbranden' ten gevolge van een overmatige inwendige energiedissipatie. De lawinedoorbraakspanning wordt in de regel aangeduid met U_{dCBO}, hetgeen betekent: doorbraakspanning van collector naar basis met niet-aangesloten emitter. De standaardaanduiding voor de doordringspanning is U_{RT} (reach-through voltage).

De voorschriften kunnen ook een specificatie van de maximale toegestane collector-emitterspanning bij niet-aangesloten basis omvatten. Deze nominale waarde, die de houdspanning bepaalt, wordt aangeduid met U_{dCEO}. Het is natuurlijk geen absoluut maximum in de zin van U_{dCBO}, want het is immers goed mogelijk om boven de houdspanning te werken. De fabrikant gebruikt dit gegeven meestal als een maximum omdat de werking in het lawinegebied de schakelingsontwerper enkele subtiele beperkingen oplegt, die als men er geen rekening mee houdt, kunnen leiden tot het uitvallen van de transistor ten gevolge van een overmatige energiedissipatie. Let er bijvoorbeeld op dat de temperatuurstijging door inwendige energiedissipatie groter kan worden als er een aanmerkelijk inknijpeffect optreedt, omdat de energiedissipatie dan tot een klein gebied is beperkt. Voor gebruik bij hoge spanningsniveaus wordt de nominale vermogensdissipatie om die reden soms lager aangegeven.

In de meeste technische gegevens wordt ook de lawinedoorbraakspanning van de emitterjunctie opgegeven, die met U_{dEBO} wordt aangeduid. Deze informatie is nuttig voor bepaalde schakeltoepassingen waarbij de emitterjunctie in de *uit*-toestand een grote tegenvoorspanning te verwerken kan krijgen. Bij veel gediffundeerde transistors bedraagt de doorbraakspanning van de emitterjunctie niet meer dan 2 à 5 V, vanwege de zeer zware doping aan *beide* kanten van de emitterjunctie.

1.9.3. *Nominale collectorstroom*

Een 'absolute maximale collectorstroom' van een transistor is eigenlijk niet op te geven. Zolang men de energiedissipatie voldoende in de hand heeft kan men de collectorstroom van een transistor bijna onbeperkt verhogen. Bij voldoende grote collectorstromen kan de transistor weliswaar uitvallen doordat een interne verbindingsdraad smelt, maar de stroomsterkte waarbij dit optreedt ligt waarschijnlijk wel een factor 10 hoger dan de nominale waarde die in de technische gegevens wordt vermeld. Bij het opvoeren van de collectorstroom loopt de kortsluitstroomversterking bij gemeenschappelijke-emitteraansluiting echter naar nul terug, en het is dit aspect dat de reden vormt van de vermelde nominale collectorstroomsterkte. De fabrikant geeft namelijk een maximale toegelaten collectorstroom op om zo een ondergrens van α_{eo} te kunnen aangeven. Kan men voor bepaalde toepassingen met lagere α_{eo}-waarden volstaan, dan kan men de transistor veilig met hogere stroomsterkten belasten, *mits natuurlijk de nominale vermogensdissipatie niet wordt overschreden.* Let er echter op dat de nominale energiedissipatie een functie kan zijn van de collectorstroom- en -spanningsniveaus, hetgeen verband houdt met thermische instabiliteitsproblemen welke in hfdst. 2 worden behandeld.

2. TEMPERATUURS- EN VERMOGENSBEGRENZINGEN VAN TRANSISTORS

2.1. INLEIDING

Bij de meeste transistortoepassingen moet men ook rekening houden met thermische aspecten. Zo kan het bijvoorbeeld nodig zijn om de fluctuatie van bepaalde schakelingsparameters over een zeker bereik van omgevingstemperaturen te beperken, om ook bij een hoge omgevingstemperatuur nog zeker te kunnen zijn van een goede werkpuntsstabiliteit, of ook om een betrekkelijk hoge energiedissipatie in de transistor mogelijk te maken zonder dat de karakteristieken daardoor te zeer achteruit gaan. In dit hoofdstuk zullen we de twee volgende aspecten van de temperatuursinvloed op de transistorvariabelen nagaan:

1. Begrenzingen ten aanzien van de energiedissipatie en de omgevingstemperatuur.
2. Thermische instabiliteiten.

We zullen hierbij op de oorzaken van de temperatuursafhankelijkheid van de gelijkstroomkarakteristieken en de parameters voor kleine signalen niet in detail treden.

2.2. TEMPERATUURS- EN DISSIPATIEBEGRENZINGEN

2.2.1. *Inleiding*

Van de meeste transistors geven de fabrikanten in hun technische literatuur een aantal nominale temperatuurs- en dissipatiewaarden op. Zo worden in de regel een boven- en ondergrens van de toegestane opslagtemperatuur vermeld, een boven- en soms een ondergrens voor de werktemperatuur van de juncties, en de maximaal toegestane energiedissipatie. We zullen deze begrenzingen nu meer in detail toelichten en nagaan welke onderlinge betrekkingen ertussen bestaan.

2.2.2. *Begrenzing van de opslagtemperatuur*

De minimale opslagtemperatuur van een junctiecomponent ligt meestal in het gebied tussen —50 à —75 °C. Men houdt deze grens aan om een mechanische beschadiging van de transistor ten gevolge van inwendige belastingen door verschillen in thermische uitzettingscoëfficiënten te voorkomen. Alle transistors zijn gebaseerd op verbindingen tussen metalen en halfgeleidermaterialen die zeer uiteenlopende thermische uitzettingscoëfficiënten kunnen vertonen, terwijl de grensvlakken relatief grote afmetingen hebben. In gelegeerde transistors bijvoorbeeld zijn aluminium of indium emitter- en collector-'knobbels' op de gerekristalliseerde delen van het halfgeleidende basisplaatje bevestigd. Bij gediffundeerde uitvoeringen wordt het collectordeel dikwijls op het metalen montageplaatje gesoldeerd, terwijl de metalen emitter- en basiscontacten door opdamping op het

halfgeleidermateriaal worden aangebracht. Om te voorkomen dat deze verbindingen worden beschadigd moet men de temperatuursschommelingen binnen bepaalde grenzen houden. Omdat de verbindingen in de regel bij hogere temperaturen worden gefabriceerd, leggen de verschillen in thermische expansie alleen beperkingen ten aanzien van de onderste toegestane temperatuur op.

De maximale opslagtemperatuur, die van germanium componenten van 85 tot 120 °C varieert en bij sommige silicium transistors tot 300 °C kan gaan, wordt bepaald door de twee volgende overwegingen:

1. De temperatuur van de transistor moet beneden de waarde blijven waarbij het soldeermetaal zacht wordt of legeringsmetalen smelten.

2. De chemische activiteit van verontreinigingen neemt bij hogere temperatuur toe. Dit houdt in dat de elektrische parameters bij hoge temperaturen onstabiel, en verouderingsverschijnselen versneld kunnen worden. Het zijn vooral de niet-beschermde randen van de transistorjuncties welke gevoelig zijn voor verontreinigingen. Om deze reden past men tegenwoordig veelal methoden toe om de oppervlakken door middel van een oxydelaag te beschermen (een voorbeeld hiervan is de 'planaire' technologie).

2.2.3. *Begrenzing van de werktemperatuur*

Met de gebruikelijke transistoruitvoeringen is al een transistorwerking bij temperaturen omstreeks het kookpunt van vloeibare stikstof (—196 °C) mogelijk.

Bij nog lagere temperaturen, in het kryogene gebied, nemen de dragersconcentraties af doordat de doopstoffen dan nog slechts gedeeltelijk worden geïoniseerd, waardoor het elektrische gedrag van de transistor een duidelijke verandering ondergaat. De minimale werktemperatuur welke door de fabrikant wordt vermeld ligt echter altijd ruimschoots boven de temperatuur waarbij de ladingdragers in grotere aantallen 'vastvriezen'. De in par. 2.2.2 besproken structurele overwegingen brengen uiteraard met zich mee dat de minimale opgegeven werktemperatuur niet beneden de minimale opslagtemperatuur mag liggen. In sommige gevallen wordt de werklimiet door de fabrikant hoger gesteld om het gebied waarbinnen de elektrische parameterwaarden van de transistor gegarandeerd worden, te beperken.

De nominale werktemperatuur ligt doorgaans beneden de in par. 2.2.2 behandelde maximale opslagtemperatuur. De waarde loopt van 85 °C voor sommige germanium transistors tot een maximum van 200 °C voor bepaalde silicium uitvoeringen uiteen. Het verschil tussen de nominale werktemperatuur en de maximale opslagtemperatuur wordt bepaald door omkeerbare veranderingen van het elektrische gedrag die bij hoge temperaturen optreden. Deze veranderingen worden in de regel veroorzaakt door de bijzonder grote temperatuursafhankelijkheid van de minderheidsconcentraties in de evenwichtstoestand. Bij voldoende hoge temperaturen naderen alle transistorgebieden steeds meer tot de intrinsieke situatie, waardoor de juncties hun specifieke karakter verliezen.

Men dient hierbij goed te begrijpen dat de nominale werktemperatuur betrekking heeft op de temperatuur *in het actieve deel* van de transistor. Omdat de energiedissipatie voor-

namelijk bij de collectorjunctie plaats vindt is de temperatuur van het actieve deel hoger dan die van montageplaatje en houder, alsook die van de omgeving.

2.2.4. *Nominale energiedissipatie en thermische weerstand*

Bij het toenemen van de energiedissipatie in een transistor zal de temperatuur van het actieve deel ervan stijgen. De inwendige temperatuur van de transistor wordt in de regel de *junctie-* of *collectorjunctietemperatuur* genoemd. Het basisgebied is zo dun dat de temperatuur in de longitudinale richting in het actieve deel vrijwel geen verval vertoont. De maximaal toegestane waarde van de energiedissipatie komt overeen met een temperatuur in het actieve gebied welke precies gelijk is aan de (bovenste) nominale werktemperatuur. Aangezien de temperatuur van het inwendige mede door die van de omgeving wordt bepaald, wordt de opgave van een nominale dissipatie pas zinvol als de betreffende omgevingstemperatuur er ook bij wordt vermeld.

Bij vrijwel alle transistors is de warmtestroom vanuit het actieve gebied evenredig met het temperatuurverschil tussen het actieve gebied en de houder of montageplaatje. Er zijn twee redenen aan te wijzen voor deze eenvoudige evenredigheid. In de eerste plaats zijn de inwendige temperatuurverschillen zo klein dat het warmtetransport in het inwendige uitsluitend door *geleiding* plaats vindt. In de tweede plaats is de thermische geleidbaarheid van de materialen welke de warmtestroom daarbij doorloopt, met inbegrip van de halfgeleider- en andere structurele delen, binnen het normale temperatuurbereik niet noemenswaard van de werktemperatuur afhankelijk.

Als gevolg van de evenredigheid tussen de warmtestroom en het interne temperatuursverschil, vertoont de junctietemperatuur, welke we met T_j aanduiden, een lineair verband met zowel de temperatuur van houder of montageplaatje als de inwendige energiedissipatie P:

$$T_j = T_c + \theta_i P \tag{2.1}$$

De parameter θ_i in (2.1) noemt men de *inwendige thermische weerstand.* De waarde ervan loopt sterk uiteen: van $0{,}2\ ^\circ\mathrm{C} \cdot \mathrm{W}^{-1}$ voor een vermogenstransistor tot $100\ ^\circ\mathrm{C} \cdot \mathrm{W}^{-1}$ voor transistors die voor lage vermogens bedoeld zijn. Als de waarde van de thermische weerstand niet expliciet door de fabrikant wordt opgegeven kan men deze in de regel afleiden uit de maximale toegestane energiedissipatie: bij de dissipatie van het maximale toegestane vermogen (bij een gegeven omgevingstemperatuur) bezit de junctie de voorgeschreven maximale werktemperatuur.

De (stationaire) nominale temperatuur van een transistor wordt soms voorgesteld in de vorm van een *nominale-temperatuurscurve*, zoals die in fig. 2.1 is afgebeeld. Ook hieruit kan men uiteraard de inwendige thermische weerstand afleiden. Zo heeft de transistor waarvoor de curve van fig. 2.1 geldt een $\theta_i = 10\ ^\circ\mathrm{C} \cdot \mathrm{W}^{-1}$. Meestal verloopt de nominale-temperatuurscurve beneden een omgevingstemperatuur van 25 °C horizontaal, zoals ook in fig. 2.1, in plaats van een verdere stijging van de nominale energiedissipatie te vertonen bij lagere omgevingstemperaturen. De reden van dit gebruik is dat transistors maar zelden

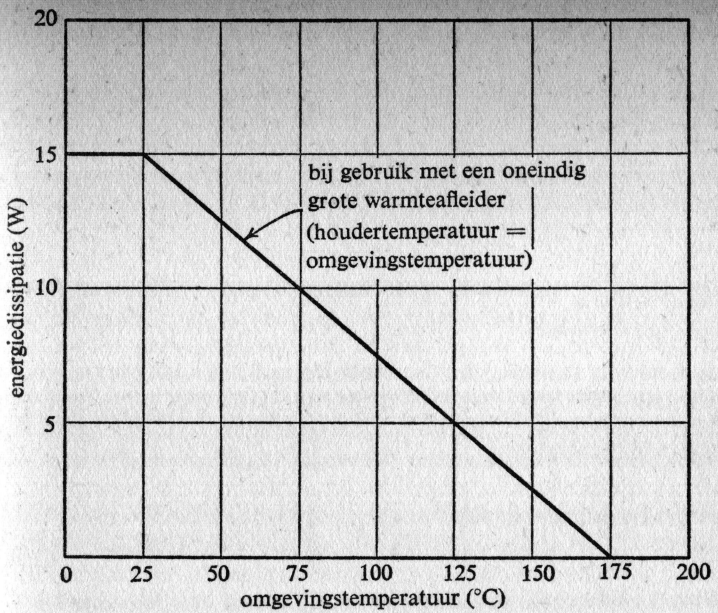
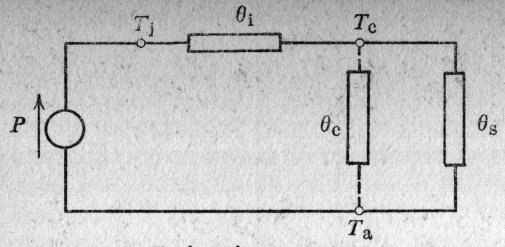


Fig. 2.1. Energiedissipatie uitgezet als functie van de omgevingstemperatuur voor een siliciumtransistor.

bij lagere omgevingstemperaturen werken, terwijl bovendien de fabrikant het bereik van de inwendige werktemperaturen wil beperken.

De inwendige thermische weerstand levert de basis voor het verband tussen de junctie- en de houdertemperatuur met de energiedissipatie, zoals die door (2.1) wordt uitgedrukt. In alle praktijksituaties is de houdertemperatuur echter zelf afhankelijk van de energiedissipatie, en ook van de omgevingstemperatuur. De binnen de transistor vrijkomende warmte moet dus worden afgevoerd door een *warmteafleider*, waarvan de temperatuur T_s noodzakelijkerwijs hoger moet zijn dan die van de omgeving omdat de warmteafleider zelf hieraan slechts warmte kan doorgeven.

Bij de meeste warmteafleiders geschiedt het warmtetransport van de transistor naar de omgeving door een zekere combinatie van geleiding, convectie en straling. Verder is het temperatuurverschil tussen de warmteafleider en de omgeving in het algemeen een niet-lineaire functie van de energiedissipatie. In veel praktijksituaties is het temperatuurverschil echter zo klein dat een lineaire benadering wel voldoende nauwkeurig is. Bij een dergelijk lineair model zijn de thermische eigenschappen van de warmteafleider tot een enkel getal teruggebracht: de *thermische weerstand van de warmteafleider*, θ_s. De bijbehorende lineaire betrekking tussen de temperatuur van de warmteafleider T_s, de omgevings-



T_j: junctietemperatuur
T_c: houdertemperatuur
T_a: omgevingstemperatuur

Fig. 2.2. Geconcentreerd model voor de stationaire thermische eigenschappen van een transistor en warmteafleider. θ_c stelt het warmteverlies van de transistor aan de omgeving voor. Tenzij de transistor *zonder* aparte warmteafleider wordt gebruikt, wordt de warmteafvoer welke door θ_c wordt voorgesteld doorgaans in θ_s inbegrepen.

temperatuur T_a en de vermogensdissipatie P is

$$T_s = T_a + \theta_s P \tag{2.2}$$

Volgens (2.1) en (2.2) geldt hiervoor de volgende betrekking tussen junctietemperatuur, omgevingstemperatuur en vermogensdissipatie, als we $T_c = T_s$ stellen:

$$T_j = T_a + (\theta_i + \theta_s)P \tag{2.3}$$

In woorden uitgedrukt: de totale thermische weerstand tussen de juncties en de omgeving is de som van de thermische weerstanden van transistor en warmteafleider. Bij de afleiding van (2.3) hebben we eenvoudig aangenomen dat de temperatuur van de houder gelijk is aan die van de warmteafleider. Bij veel toepassingen van vermogenstransistors moet men ook het temperatuurverschil tussen houder of montageplaatje en warmteafleider in rekening brengen. Dit temperatuurverval over het montagevlak kan bijvoorbeeld worden verdisconteerd door een extra thermische weerstand, die vergelijkbaar kan zijn met θ_i. Verder hebben we in de thermische weerstand van de warmteafleider ook de directe warmtestroom van houder of montageplaatje naar de omgeving (door straling of convectie) inbegrepen.

We kunnen de thermische aspecten van transistor en warmteafleider voorstellen door een geconcentreerd elektrisch vervangingsschema dat het analogon vormt van de temperatuur-vermogensbetrekkingen. Een dergelijk model is in fig. 2.2 in beeld gebracht. De *spanningen* in het model stellen de *temperaturen* voor (en zijn als zodanig aangeduid), de *stromen* stellen *warmtestromen* voor en de elektrische weerstanden de verschillende thermische weerstanden.

Transistors welke voor gebruik met een externe dissipator of warmteafleider bestemd

zijn, worden meestal in termen van een *inwendige* thermische weerstand of, wat op hetzelfde neerkomt, een nominale energiedissipatie bij een voorgeschreven *houdertemperatuur* gespecificeerd. Transistors voor lage-vermogensdoeleinden worden dikwijls zonder warmteafleider of dissipator gebruikt. In dit geval geschiedt de warmteafvoer door natuurlijke convectie vanaf de houder en door geleiding via de aansluitingen. Zulke transistors worden in de regel in termen van een nominale energiedissipatie bij een bepaalde *omgevingstemperatuur* gespecificeerd. De betreffende totale thermische weerstand is uiteraard veel groter dan de inwendige thermische weerstand.

2.2.5. *De nominale energiedissipatie onder dynamische omstandigheden*

De behandeling in de voorgaande paragraaf is beperkt tot stationaire omstandigheden, waarbij de energiedissipatie van de transistor en de verschillende temperaturen geen veranderingen in de tijd vertonen. Bij veel toepassingen is de energiedissipatie echter een functie van de tijd, waardoor ook de junctie- en soms de houdertemperatuur een verloop in de tijd vertonen. In het algemeen gelden de eenvoudige berekeningen in de voorgaande paragraaf en het in fig. 2.2 afgebeelde geconcentreerde model niet langer onder dergelijke dynamische (snel veranderende) omstandigheden. Temperatuurschommelingen gaan gepaard met veranderingen in de interne energie-opslag zoals die door de soortelijke warmten van het halfgeleidermateriaal, montage en andere structurele delen wordt voorgesteld. De hiermee verbonden warmtestromen kunnen vergelijkbaar zijn met of groter worden dan de warmtestroom zoals die door de thermische weerstand wordt voorgesteld.

De inwendige temperatuursverdeling die onder deze omstandigheden optreedt, kan alleen met een redelijke nauwkeurigheid worden voorgesteld door het verdeelde karakter van het thermische systeem in rekening te brengen. Exacter uitgedrukt, het thermische gedrag van de transistor wordt dan bepaald door een partiële differentiaalvergelijking waarin de soortelijke warmte en de thermische geleidbaarheid van het halfgeleidermateriaal voorkomen. Meestal mag deze differentiaalvergelijking als eendimensionaal worden opgevat. De oplossing ervan is dan niet moeilijk, maar de uitkomsten hebben een transcedent karakter en zijn lastig te gebruiken en te interpreteren. We zullen hier daarom niet in detail ingaan op het vraagstuk van de warmteverdeling, en in plaats daarvan twee belangrijke limietsituaties behandelen welke intuïtief kunnen worden begrepen.

De eerste hiervan doet zich voor als de veranderingen in de inwendige energiedissipatie een uiterst snel verloop hebben, hetgeen in de regel het geval is bij schakeltoepassingen en lineaire of quasi-lineaire rf-versterkers. De veranderingen van de energiedissipaties duren hierbij slechts enkele nano- of ten hoogste microseconden, waardoor de temperatuurverdeling binnen de transistor ten gevolge van de '*thermische massa*' (of thermische capaciteit) van het materiaal vrijwel constant blijft. Het verband tussen de temperatuur van de junctie en die van de houder en de *gemiddelde* energiedissipatie (over de tijd genomen) wordt precies als in het geval van (2.1) bepaald door de *stationaire* thermische weerstand. Het verschil tussen de momentele energiedissipatie en de betreffende gemiddelde waarde wordt door de thermische massa van het geheel als een verandering van de energie-opslag

geabsorbeerd. De ermee gepaard gaande temperatuurveranderingen zijn verwaarloosbaar klein, omdat de energiefluctuaties van zeer korte duur zijn.

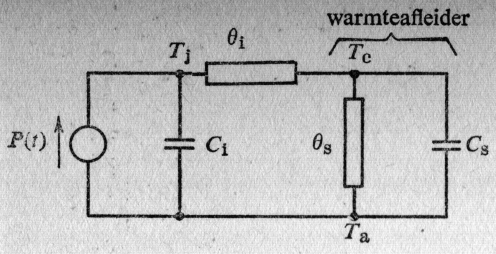
Wanneer de veranderingen in de energiedissipatie een veel langzamer verloop hebben, zodat ze in milliseconden of nog grotere eenheden gemeten worden, kan men het thermische gedrag van de transistor op een globale manier voorstellen door een geconcentreerd dynamisch model, waarin de warmtestroom die met de temperatuurschommelingen gepaard gaat door geconcentreerde thermische capaciteiten wordt voorgesteld. Fig. 2.3a geeft een beeld van het eenvoudigst mogelijke geconcentreerde dynamische model. Normaliter is de inwendige thermische capaciteit C_i meerdere machten van tien kleiner dan die van de warmteafleider C_s. Dit leidt ertoe dat de onmiddellijke responsie van de junctietemperatuur op een stapvormige verandering van de energiedissipatie een bij benadering exponentieel verloop vertoont met een tijdconstante $C_i\theta_i$. De voorstelling van de transistor door één sectie wordt onnauwkeurig als de duur van de verandering beneden deze tijdconstante komt te liggen. Uit een analyse van het verdeelde systeem blijkt dat de temperatuur aanvankelijk veel sneller stijgt dan met het exponentiële verloop overeenkomt, zoals ook in fig. 2.3b te zien is. Gebruikt men het model met één sectie om de temperatuurstijging ten gevolge van een dissipatie-impuls te voorspellen waarvan de duur kort is vergeleken met de tijdconstante, dan zal het model dus een te lage uitkomst geven. Met andere woorden, de werkelijke piektemperatuur kan bij kortstondige impulsen veel hoger zijn dan die welke door het model wordt voorspeld.

Men kan het geconcentreerde thermische model natuurlijk nauwkeuriger maken door de situatie bij kortstondige veranderingen door meer *RC*-secties voor te stellen, om een beter beeld te geven van het verdeelde thermische systeem binnen de transistorhouder. Fig. 2.3c geeft een voorbeeld van een dergelijk model met meerdere secties.

2.3. THERMISCHE INSTABILITEITEN

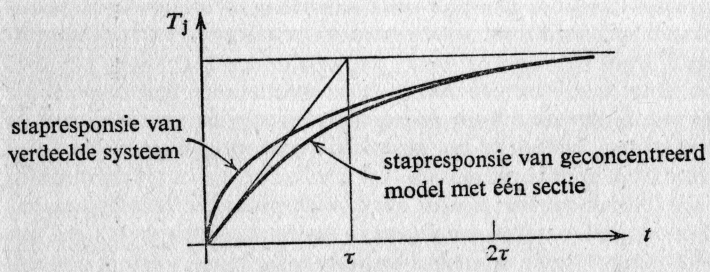
2.3.1. *Inleiding*

Onder bepaalde werkomstandigheden kunnen de werktemperatuur van de junctie en de energiedissipatie van een transistor onstabiel worden, in die zin dat beide dan schijnbaar onbeperkt toenemen, totdat de transistor onbruikbaar is gemaakt. Deze onstabiele situatie, die zich aan de klemmen kenbaar maakt als een snelle, onbegrensde stijging van de collectorstroom die doorgaat totdat de transistor uitvalt, wordt *thermische instabiliteit* (thermal runaway) genoemd. Daarnaast kan de transistor ook een *laterale* thermische instabiliteit vertonen welke ertoe leidt dat de stroom van minderheidsdragers die de basis oversteken in een klein deel van het actieve gebied wordt samengedrongen. Ten gevolge van deze stroomconcentratie ontstaat er een oververhitte plek. Dit soort thermische instabiliteit is in feite nog verraderlijker dan het voorgaande type, omdat hierbij slechts geringe veranderingen in de klemvariabelen kunnen optreden, waardoor het verschijnsel onopgemerkt kan blijven totdat de transistor door een kortstondige overbelasting plotse-

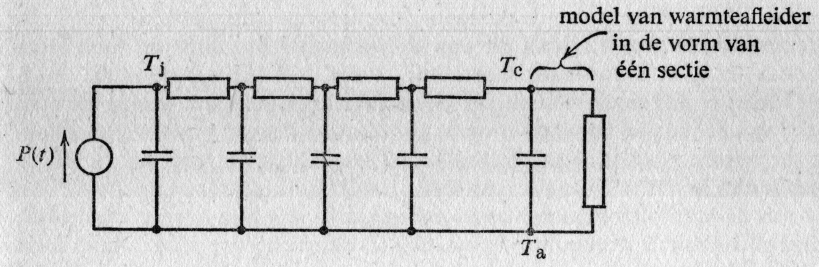


$C_i = \text{Ws}\cdot{}^\circ\text{C}^{-1}$

(a)



(b)



(c)

Fig. 2.3. Geconcentreerde thermische modellen voor gebruik bij de berekening van snel veranderende warmteverschijnselen welke maar korte tijd duren: a. geconcentreerd transistormodel met één sectie; b. verloop van de junctietemperatuur als responsie op een stapvormige verandering van de energiedissipatie; c. geconcentreerd model met meerdere secties.

ling uitvalt. Bij voldoende grote temperatuurstijging van de oververhitte plek kan een discontinue verandering van de elektrische transistorkarakteristieken optreden, schijnbaar als gevolg van een plaatselijk opsmelten van het halfgeleidermateriaal.

2.3.2. *Gewone thermische instabiliteit*

(Gewone) thermische instabiliteit doet zich voor als de collector(gelijk)stroom bij stijgende junctietemperatuur toeneemt. Deze positieve temperatuurcoëfficiënt van I_C kan verschillende oorzaken hebben.

1. I_{CBO}, een component van I_C, neemt exponentieel met de temperatuur toe, en wel met ca. 10 à 16% per °C.

2. Als de basisstroom door de omgevende schakeling constant wordt gehouden, neemt de collectorstroom met de temperatuur toe omdat de gelijkstroomversterking bij gemeenschappelijke-emitteraansluiting bij stijgende temperatuur groter wordt.

3. Als de emitter-basisspanning door de omgevende schakeling constant wordt gehouden, neemt de emitterstroom en daarmee de collectorstroom exponentieel met de temperatuur toe, en wel met ca. 8% per °C.

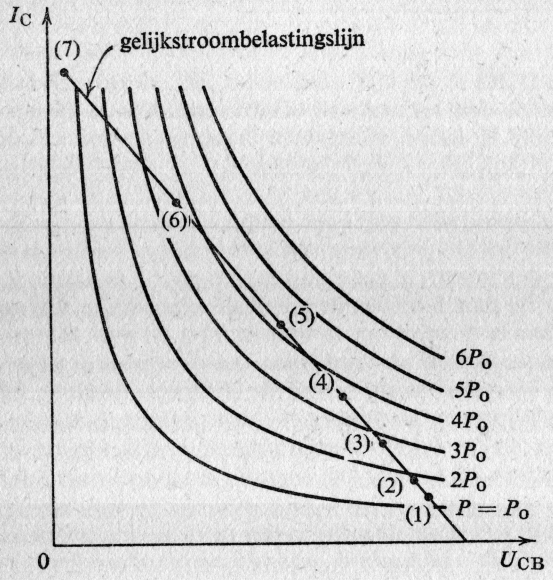
Bij circuits met germanium transistors wordt de voornaamste reden van de positieve temperatuurscoëfficiënt van I_C gevormd door de exponentiële stijging van I_{CBO} met de temperatuur. Siliciumtransistors hebben in het algemeen verwaarloosbaar kleine I_{CBO}-waarden, behalve bij zeer hoge werktemperaturen. Bij schakelingen met siliciumtransistors komt thermische instabiliteit daarom minder vaak voor; treedt het verschijnsel desondanks op, dan is dit in de regel te wijten aan de sterke temperatuurafhankelijkheid van de emitterstroom in schakelingen welke de emitter-basisspanning bijna constant houden.

In veel gevallen neemt de energiedissipatie bij stijgende collectorgelijkstroom en zodoende stijgende junctietemperatuur, toe. Deze extra dissipatie kan alleen door een extra warmtegeleiding worden afgevoerd, waarvoor een verdere toeneming van de junctietemperatuur nodig is. Als de stijging van de dissipatie/junctietemperatuurverhouding bij alle veilige werktemperaturen groter is dan die van de warmtestroom door de thermische weerstand, bestaat er geen evenwichtstemperatuur, zodat de junctietemperatuur onbeperkt oploopt totdat er iets smelt. Vanuit een terugkoppelingsstandpunt gezien introduceert de invloed van de junctietemperatuur op de collectorstroom een positieve terugkoppeling in het thermische systeem, waarbij thermische instabiliteit optreedt als de lusversterking groter is dan 1.

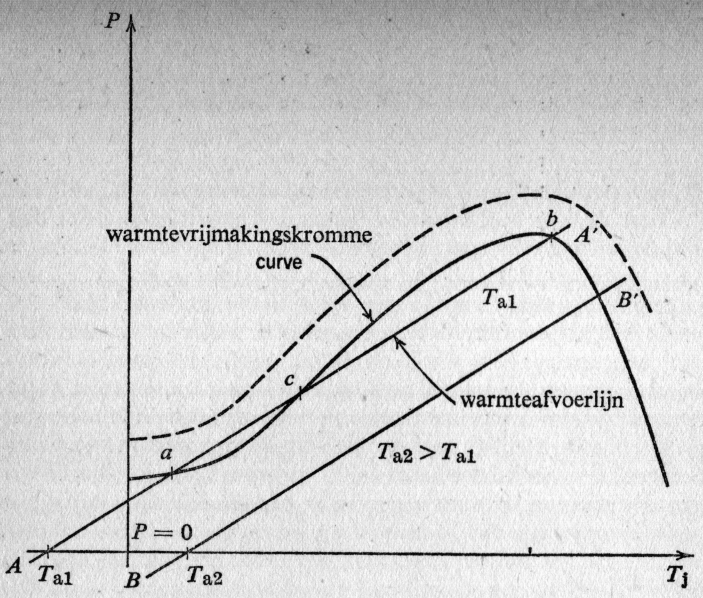
De invloed van de junctietemperatuur op de energiesdissipatie kan worden afgeleid uit de meetkundige plaats van de werkpunten in het $U_{CB}I_C$-vlak, zoals dat in fig. 2.4a in beeld is gebracht. Aangezien in het actieve werkgebied van een transistor $U_{CE} \approx U_{CB}$, vertonen deze krommen in het $U_{CE}I_C$-vlak vrijwel eenzelfde verloop. De collectorstroom neemt altijd in absolute waarde toe als de junctietemperatuur stijgt. De verdeling van een aantal werkpunten met onderling gelijke junctietemperatuurverschillen vertoont zodoende een beeld dat ongeveer overeenkomt met de punten op de gelijkstroombelastingslijn in fig. 2.4a. De overeenkomstige invloed van de junctietemperatuur op de energiedissipatie

is in fig. 2.4b getekend.

De inwendig vrijgekomen warmte moet door geleiding via de transistormaterialen worden afgevoerd naar de warmteafleider, welke deze aan de omgeving overdraagt. De snelheid van dit transport is een lineaire functie van de junctietemperatuur, zoals ook uit (2.3) blijkt. De curve die de warmtetafvoer uit het actieve gebied voorstelt, is zodoende in de coördinaten van fig. 2.4b een rechte lijn, in de figuur met AA' aangeduid. Deze rechte snijdt de lijn die $P = 0$ voorstelt bij $T_j = T_a$, de omgevingstemperatuur, en heeft een helling van $(\theta_i + \theta_s)^{-1}$. Voor de door AA' beschreven situatie vertoont het systeem drie evenwichtspunten waarbij de warmte even snel vrijkomt als afgevoerd wordt. Door na te gaan wat er gebeurt bij een kleine afwijking uit de evenwichtstoestand is gemakkelijk aan te tonen dat de punten *a* en *b* stabiel zijn, en punt *c* onstabiel. Het blijkt dan namelijk dat een afwijking uit punt *a* of *b* in een thermische onbalans resulteert welke het systeem weer naar het uitgangspunt wil terugvoeren. Elke afwijking uit het punt *c* daarentegen wordt door de optredende onbalans versterkt. De punten *a* en *b* zijn weliswaar beide stabiel, maar de junctietemperatuur die met punt *b* overeenkomt kan zo hoog zijn dat de transistor al vóór het bereiken ervan doorbrandt. Het ligt voor de hand dat kleine waarden van de gelijkstroombelastingsweerstand, overeenkomend met bijna verticale belastingslijnen, een



(a)



(b)

Fig. 2.4. De invloed van de junctietemperatuur op het werkpunt en de energiedissipatie. De punten (1), (2), ... (6) stellen werkpunten voor bij gelijke temperatuurstijgingen: a. invloed van de junctietemperatuur op het werkpunt; b. invloed van de junctietemperatuur op de energiedissipatie.

verschuiving van dit stabiele evenwichtspunt naar zeer hoge temperaturen met zich meebrengen. In dergelijke gevallen lijkt het thermische systeem slechts één stabiel werkpunt te bezitten, punt *a*, omdat de transistor dan immers al een eind beneden punt *b* doorbrandt. Maar zelfs als de junctietemperatuur bij punt *b* binnen de nominale temperatuur van de transistor ligt is het in de regel niet aan te bevelen om de transistor bij dit punt te laten werken. De voorspanningsschakeling is meestal zo ontworpen dat de transistor alleen bij het lagere evenwichtspunt goede prestaties levert, terwijl de elektrische werking bij punt *b* doorgaans te wensen overlaat. Niettemin beschouwen we de transistor en de schakeling die door de warmteafvoercurve AA' en de getrokken warmtevrijmakingslijn wordt voorgesteld als stabiel, omdat het systeem bij toevoer van energie (vermogen) naar punt *a* gaat en daar in evenwicht blijft.

Laten we vervolgens nagaan welke gevolgen een toeneming van de omgevingstemperatuur heeft. De warmtevrijmakingslijn blijft onveranderd, maar de warmteafvoerlijn verschuift naar rechts, zoals door de lijn BB' is aangegeven. In deze situatie is er nog maar één snijpunt, dat met een hoge temperatuur overeenkomt. Als de junctietemperatuur bij

dit snijpunt hoger is dan de temperatuur waarbij de transistor doorbrandt, begint bij het aanleggen van een vermogen de schijnbaar onbeperkte toeneming van de junctietemperatuur die *thermische instabiliteit* wordt genoemd en welke eindigt met het uitvallen van de transistor.

Een transistorschakeling die steeds thermisch stabiel is geweest kan op een gegeven ogenblik een thermische instabiliteit gaan vertonen, en wel om verschillende redenen. Een toeneming van de collectorvoedingsspanning of een ophouden van het signaal van een lineaire (klasse-A-) vermogensversterker kan ertoe leiden dat de hele warmtevrijmakingslijn naar boven verschuift, zoals in fig. 2.4b door een onderbroken lijn is aangegeven. Een stijging van de omgevingstemperatuur of ook een toeneming van de thermische weerstand van de warmteafleider (zoals die zou kunnen optreden bij de onderbreking van de luchtstroom over een op convectie gebaseerde warmteafleider) kan de warmteafvoerlijn naar beneden en naar rechts verschuiven. Beide veranderingen kunnen tot een situatie leiden waarbij de lijnen elkaar alleen bij hoge temperatuur snijden, in welk geval de transistor door een overmatige energiedissipatie kan doorbranden.

De thermische instabiliteit kan ook worden ingelegd door een subtieler effect dat op kortstondige verstoringen van de energiedissipatie gebaseerd is. We gaan uit van een situatie zoals die door de getrokken warmtevrijmakingslijn en de warmteafvoerlijn AA' in fig. 2.4b wordt voorgesteld. Stel dat een kortstondige elektrische verstoring een stijging van de warmtevrijmaking veroorzaakt tot de waarde die door de onderbroken lijn wordt weergegeven. De verstoring duurt slechts even, daarna gaat de dissipatie weer terug naar de beginwaarde. Het zal duidelijk zijn dat de junctietemperatuur gedurende de kortstondige verstoring stijgt, omdat de warmteafvoer dan tijdelijk door de warmtevrijmaking wordt overtroffen. Als T_j dan groter is dan de temperatuur van het *instabiele* snijpunt aan het eind van de kortstondige dissipatiestijging, *zal de temperatuur blijven toenemen* en de junctietemperatuur naar punt b gaan, hetgeen tot het uitvallen van de transistor kan leiden. Het temperatuursverschil tussen de twee laagste evenwichtspunten kan zodoende als een ruwe stabiliteitsmarge worden beschouwd. Als deze marge gering is kan een kortstondige verstoring al tot gevolg hebben dat een schijnbaar stabiele situatie plotseling onstabiel wordt.

2.3.3. *Laterale thermische instabiliteit en plaatselijke oververhitting*

Bij de meeste moderne transistoruitvoeringen is de thermische weerstand van een willekeurig klein deel van het actieve gebied naar een willekeurig ander deel van dezelfde orde als de thermische weerstand tussen die delen en de houder of het montageplaatje. Hieruit volgt dat er onder bepaalde omstandigheden aanzienlijke *transversale* temperatuursgradiënten kunnen optreden binnen het actieve gebied. Deze transversale temperatuursverschillen kunnen tot een thermische instabiliteit leiden als gevolg van een inwendige terugkoppeling welke doet denken aan de temperatuursafhankelijkheid van de collectorstroom die verantwoordelijk kan zijn voor de gewone thermische instabiliteit.

Laten we uitgaan van een transistor waarvan de ohmse spanningsverliezen binnen het

basisgebied zo klein zijn dat de verandering in de hoogte van de potentiaalberg aan de emitterkant, bij het aanleggen van een spanning, geen transversaal verloop vertoont. Wanneer de temperatuur binnen het actieve gebied geen transversale verschillen vertoont, is de longitudinale stroomdichtheid van minderheidsdragers uniform. Wordt de temperatuur in een deel van het actieve gebied echter hoger dan die in de rest ervan, dan treedt daar een toeneming van de minderheidsconcentratie in de evenwichtstoestand op, waardoor ook de minderheidsstroomdichtheid in dat deel stijgt. Deze stijging van de collectorstroomdichtheid leidt weer tot een plaatselijke toeneming van de energiedissipatie, welke een verdere plaatselijke temperatuurstijging met zich mee brengt, enzovoort. Het resultaat is een niet-uniforme transversale verdeling van zowel de collectorstroomdichtheid als de temperatuur, waarbij de delen die de hoogste temperatuur hebben de meeste stroom voeren.

Bij de meeste transistortoepassingen is het gelijkstroomcircuit zo ontworpen dat niet de emitter-basisspanning, maar de totale emitter- of collectorstroom wordt beperkt. Men doet dit onder andere om de gewone thermische instabiliteit van par. 2.3.2 te voorkomen. Ook in dergelijke gevallen kunnen echter nog niet-uniforme verdelingen van stroom en temperatuur optreden. Een plaatselijke temperatuursstijging veroorzaakt namelijk een teruggang van de emitter-basisspanning, om geen toeneming van de totale stroom te krijgen. Als gevolg hiervan neemt de stroomdichtheid in de minder hete delen van het actieve gebied af, terwijl de totale collectorstroom vrijwel niet verandert. Ook in dit geval kan de collectorstroomdichtheid een sterk transversaal verloop vertonen, waarbij de oververhitte plekken het grootste deel van de stroom voeren.

Onder bepaalde omstandigheden kan het hierboven besproken positieve terugkoppelingsmechanisme tot een onstabiele situatie leiden waarbij de totale collectorstromen in enkele kleine delen van het actieve gebied wordt samengedrongen, waarvan de temperatuur zodoende bijzonder hoog kan oplopen. Uit proeven met temperatuurgevoelige verf is gebleken dat de temperatuur van de oververhitte plekken wel 400 °C kan worden. Onder deze extreme omstandigheden voeren de minder verhitte delen van de transistor vrijwel geen stroom meer.

Het karakter van de laterale thermische instabiliteit welke tot het ontstaan van oververhitte plekken leidt verschilt op de volgende twee essentiële punten van de gewone (totale) thermische instabiliteit.

1. Bij *elke willekeurige waarde* van de externe belastingsweerstand kunnen oververhitte plekken optreden. De transversale instabiliteit hangt niet sterk van de *externe* omstandigheden af; het gaat hierbij voornamelijk om de niet-uniforme herverdeling van een gelijkblijvende totale collectorstroom.

2. Het is verre van eenvoudig om het optreden van een laterale thermische instabiliteit aan het gedrag van de klemvariabelen te herkennen, althans vóórdat de temperatuur van de oververhitte plek zo hoog oploopt dat de transistor uitvalt. De enige aanwijzing is een duidelijke teruggang van de emitter-basisspanning tijdens de ontwikkeling van de oververhitte plek.

Men krijgt de indruk dat deze laterale thermische instabiliteit in alle soorten transistoruitvoeringen kan voorkomen, als de interne temperatuur hoog genoeg is. Het optreden van oververhitte plekken is waarschijnlijk een fundamentele beperking van de transistorwerking in het algemeen, en niet eenvoudig een uitvloeisel van een slecht ontwerp of gebreken in de fabricagetechniek.

Vooral bij vermogenstransistors voor hoge frequenties, die noodzakelijkerwijs dunne basisgebieden en grote emitterperiferieën hebben, vormt dit een bijzonder ernstig probleem. Er treden dan hoge thermische en elektrische weerstanden tussen verschillende delen van het actieve basisgebied op, waarbij het vraagstuk van de stroomverdeling ongeveer overeenkomt met de situatie van parallelle verbindingen tussen afzonderlijke transistors. Eén methode om de thermische instabiliteiten zo klein mogelijk te maken, is dan ook om de transistor met een verdeelde serie-emitterweerstand uit te voeren, analoog aan de emitterweerstanden zoals die normaliter bij de parallelschakeling van meerdere losse transistors worden gebruikt.

Als de totale energiedissipatie van de transistor voldoende groot is, kan de plaatselijke temperatuur van het actieve gebied in een oververhitte plek het smeltpunt van het transistormateriaal bereiken. (Germanium smelt bij 936 °C, silicium bij 1420 °C.) In dit geval stijgt de elektrische geleidbaarheid van het plaatselijk gesmolten materiaal discontinu met een factor van bijna 100, terwijl de collectorspanning abrupt daalt, zoals in fig. 2.5 is getekend. Dit effect kan omkeerbaar zijn, maar kan ook de transistor voorgoed onbruikbaar maken. In die gevallen waarin de transistor niet uitvalt ondergaan de elektrische karakteristieken ervan doorgaans een aanzienlijke permanente verandering. Een transistor die ten gevolge van dit effect uitvalt, vertoont meestal een directe kortsluiting tussen emitter en collector. Uit een microscopisch onderzoek van aldus onbruikbaar geworden transistors blijkt in de regel dat er minuscule gerekristalliseerde gebiedjes zijn ge-

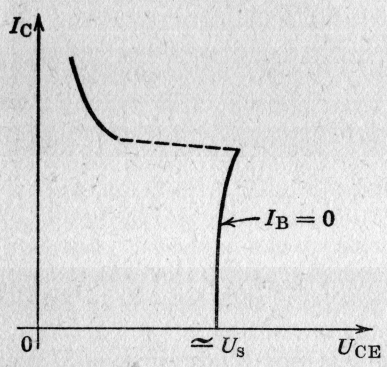


Fig. 2.5. Tweede doorbraak in een transistor met basisstroom nul.

vormd die de basislaag overbruggen, hetgeen een bevestiging levert van de hypothese van plaatselijke smelting.

Discontinuïteiten in de collectorkarakteristieken van transistors zoals die in fig. 2.5 zijn weergegeven, zijn al opgemerkt vóórdat men over een directe waarneming van oververhitte plekken beschikte; men heeft dit gedrag toen *secundaire doorbraak* genoemd. Laterale thermische instabiliteit en de ontwikkeling van oververhitte plekken zijn verantwoordelijk voor sommige aspecten van het aldus genoemde gedrag, maar daarnaast kunnen er toch ook nog andere, niet-thermische verschijnselen optreden welke tot overeenkomstige veranderingen van de *UI*-karakteristieken leiden. Zo kan het afnemen van de lawinedoorbraakspanning die in sommige transistors bij hoge collectorstroomsterkten optreedt en welke verband houdt met de zogenaamde basisspreiding, (zie par. 1.6.3), een zeer snel regeneratief effect veroorzaken dat eveneens een secundaire doorbraak genoemd gedrag ten gevolge heeft.

Het belangrijkste aspect van de thermische instabiliteit is wellicht dat de toegestane vermogensdissipatie beneden de waarden komt te liggen die men op grond van de gemiddelde thermische weerstand en de begrenzing van de junctietemperatuur zou verwachten. Zo is er bij lagere collectorstromen en hogere collectorspanningen een grotere neiging tot oververhitte plekken waar te nemen, zodat de *plaatselijke* temperatuur de gemiddelde temperatuur aanzienlijk kan overtreffen. Men kan dit effect in de schakelingsberekeningen opnemen door de thermische weerstand als een functie van de collectorspanning en -stroom op te vatten. Een silicium vermogenstransistor heeft dan bijvoorbeeld een thermische weestand $\theta_i = 0{,}75\,°C \cdot W^{-1}$ bij hoge stroomsterkten en lage spanningen, en een van $\theta_i = 2\,°C \cdot W^{-1}$ bij lage stroomsterkten en hoge spanningen. Merk op dat dit niet betekent dat er een verandering van betekenis in de thermische geleidbaarheid binnen de transistor optreedt, maar alleen dat de energiedissipatie in het ene geval sterker niet-uniform is dan in het andere. De lijnen in het $I_C U_{CE}$-vlak die de maximale vermogensdissipatie voorstellen, zijn zodoende geen hyperbolen van constante vermogens.

3. SNELHEIDSBEGRENZINGEN

3.1. INLEIDING

De snelheid waarmee een circuit kan reageren wordt zowel door de schakelingsconfiguratie als door het aantal en het type transistors en passieve componenten in de schakeling bepaald. Het is echter onvermijdelijk, ongeacht de keuze van de schakelingsconfiguratie en de passieve componenten, dat er snelheidsbegrenzingen optreden welke door de transistorkarakteristieken worden veroorzaakt. Als men bijvoorbeeld probeert om een versterker te ontwerpen met bepaalde impedantie- of versterkingskarakteristieken, bijvoorbeeld een vlakke laagdoorlaatresponsie met een monotone afsnijding, dan is het belangrijk om te weten of de voornaamste voorgeschreven kenmerken, zoals de laagfrequentversterking en de bovenste —3dB-frequentie, compatibel zijn met de eigenschappen van de ervoor beschikbare transistors. De bedoeling van dit hoofdstuk is om methoden te ontwikkelen waarmee men het bereik van de frequentieresponsie of het gedrag bij snelle signalen kan bepalen die een gegeven transistor kan leveren. Deze factoren zijn namelijk in hoge mate onafhankelijk van de details van de omgevende schakelingsconfiguratie.

We zullen hierbij eerst de begrenzingen ten aanzien van het bandbreedte-versterkingsprodukt bezien voor een gemeenschappelijke-emitterversterker voor kleine signalen, dan de meer algemene begrenzingen ten aanzien van de maximale osccilleerfrequentie, en tenslotte enkele van de begrenzingen aangaande de snelheid waarmee stroom en spanning bij toevoer van grote signalen kunnen veranderen.

3.2. ENKELE BEGRENZINGEN VAN HET VERSTERKINGS-BANDBREEDTEPRODUKT BIJ GEMEENSCHAPPELIJKE-EMITTERCONFIGURATIE

3.2.1. *Inleiding*

Het grootste deel van deze paragraaf is gewijd aan de voorspelling van de versterkings- en snelheidsbegrenzingen welke voor de in fig. 3.1 afgebeelde gemeenschappelijke-emitterversterker gelden. De complexen N_1 en N_2 die hierin voorkomen zijn koppelnetwerken die uitsluitend uit R-, L- en C-componenten met positieve waarden bestaan (of hun equivalenten), zonder transformators. Overigens gelden ten aanzien van deze netwerken geen restricties. We nemen aan dat de transistor lineair is en wordt beschreven door de vier *y-parameters voor de gemeenschappelijke-emitteraansluiting* y_i, y_r, y_f en y_o; gemakshalve zullen we de index e die normaliter wordt gebruikt om gemeenschappelijke-emitterparameters aan te duiden, hier weglaten. De uitvoering van het voorspanningsnetwerk is in fig. 3.1 niet getekend, maar alle passieve admittanties die hierin nodig zijn, worden verondersteld deel uit te maken van N_1 en N_2. We nemen aan dat Y_L passief is, en dat

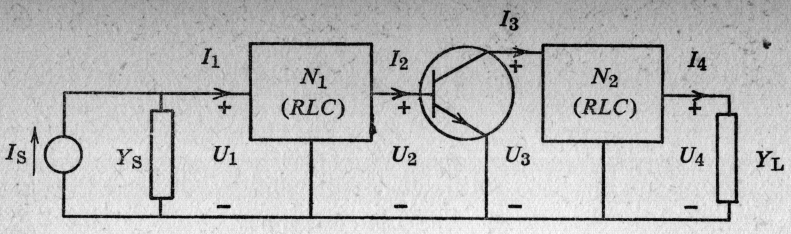


Fig. 3.1. Eentrapsgemeenschappelijke-emitterversterker. N_1 en N_2 zijn transformatorloze, passieve netwerken.

de signaalniveaus zo laag liggen dat we hier een lineaire analyse mogen toepassen.

Onze taak is nu om de begrenzingen te bepalen van de in de praktijk te verwezenlijken responsie van deze gemeenschappelijke-emitterconfiguratie. Het gaat ons hierbij niet om het ontwerp van N_1 en N_2, maar veeleer om begrenzingen die onvermijdelijk zijn, ongeacht de keuze van N_1 en N_2 (binnen de hierboven gegeven algemene restricties). Helaas is de exacte oplossing van dit probleem verre van eenvoudig en zodoende nog nooit uitgevoerd (behalve voor enkele speciale gevallen waarin enkele beperkingen ten aanzien van de y-parameters gelden). Nemen we echter genoegen met de voorwaarden die in de praktijk *noodzakelijk* zijn voor de best mogelijke oplossing (in plaats van die welke *voldoende* zijn), dan kunnen we enkele zeer eenvoudige restricties afleiden. De redelijkheid hiervan moet dan achteraf aan de hand van enkele belangrijke speciale gevallen worden gecontroleerd.

3.2.2. *De stroomversterking*

Om een idee te geven van de moeilijkheden welke men bij een algemene beschrijving van de versterkings- en snelheidsbegrenzingen van de schakeling in fig. 3.1 ondervindt, in het geval dat N_1 en N_2 geen enkele beperking is opgelegd, merken we het volgende op. Als N_1 volkomen willekeurig zou zijn en men aan de ingang van de (stationaire) schakeling een stapvormige impuls zou toevoeren, zou de basisstroom waarden kunnen bereiken welke aanzienlijk boven de ingangsstroom liggen (denk bijvoorbeeld aan het gebruik van een afgestemde kring met hoge Q). De totale ladingtoevoer aan de basis van de transistor zou de ladingtoevoer bij de ingang dan zelfs kunnen overtreffen. Het is dan niet zonder meer duidelijk in hoeverre de stroomversterking van de transistor zelf beperkingen oplegt aan de stroomversterking van de gehele versterker. Intuïtief en ook proefondervindelijk blijkt wel dat de totale stroomversterking inderdaad mede door α_{eo} en ω_T wordt beperkt, maar deze invloed is in het algemeen niet op een eenvoudige wijze in de tijdsresponsie of de frequentieresponsie voor $s = j\omega$ uit te drukken. In het meest algemene geval kan de wisselstroomversterking dan ook in werkelijkheid veel groter zijn dan α_{eo}, terwijl het produkt van stroomversterking en frequentie in feite veel groter kan zijn dan ω_T.

We willen daarom eerst enkele van de begrenzingen aangaande de mogelijke stroomver-

sterking bepalen zoals die voor de speciale categorie van transformatorloze *RLC*-kringen met drie aansluitingen en passieve belastingen gelden. In het geval van de schakeling in fig. 3.2 kunnen we de stroomversterking $\mathbf{I}_2/\mathbf{I}_1$ dan schrijven als:

$$\frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{I}_1}(s) = \frac{\mathbf{P}(s)}{\mathbf{Q}(s)} = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \ldots}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \ldots} \tag{3.1}$$

Een eerste voorwaarde ten aanzien van (3.1) is dat de wortels van $\mathbf{Q}(s)$ alle in de linker vlakhelft moeten liggen, hetgeen uit het passieve karakter van een *RLC*-kring volgt, dat het onmogelijk maakt dat er zelfbekrachtigende eigenfrequenties kunnen optreden. Eenvoudigheidshalve nemen we aan dat er geen wortels van $\mathbf{Q}(s)$ op de $j\omega$-as liggen (ofschoon werkelijk ideale *L*'s en *C*'s dergelijke wortels zouden kunnen leveren), en dat $\mathbf{Q}(s)$ geen wortels gemeen heeft met $\mathbf{P}(s)$. Als alle wortels van $\mathbf{Q}(s)$ in de linker vlakhelft liggen, moeten alle b_i-coëfficiënten hetzelfde teken hebben, dat we hier positief zullen stellen.

Een tweede voorwaarde ten aanzien van (3.1) is dat de a_i-coëfficiënten hetzelfde teken moeten hebben als de b_i-coëfficiënten. Dit volgt uit de veronderstellingen dat alle *R*-, *L*- en *C*-componenten een positieve waarde hebben, dat het netwerk geen transformators bevat, en in- en uitgang een aansluiting gemeen hebben. We zullen hier geen bewijs geven dat alle a_i's positief zijn, maar dat is eenvoudig te leveren met behulp van een topologische schakelingsanalyse. Waar het om gaat is dat alle wegen (in de *RLC*-kring) van $\mathbf{I}_1$ naar $\mathbf{I}_2$ in positieve zin worden doorlopen, waarbij de admittanties positief zijn voor een positieve en reële s.

Een derde en zeer belangrijke beperking ten aanzien van (3.1) is de voorwaarde dat $a_i \leqq b_i$ voor alle '*i*'. Om de achtergrond van deze voorwaarde in te zien merke men op dat $(\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}_2)/\mathbf{I}_1$ *ook* de stroomversterking voorstelt van een transformatorloos netwerk met drie aansluitingen met een passieve belasting op de uitgang (in het onderhavige geval een kortsluiting), zoals in fig. 3.2 te zien is. $[1 - (\mathbf{I}_2/\mathbf{I}_1)]$ moet zodoende ook een numeratorpolynoom hebben met positieve of nulcoëfficiënten, en dit is alleen mogelijk als $a_i \leqq b_i$.

Om de volgende bespreking eenvoudiger te houden zullen we $\mathbf{I}_2/\mathbf{I}_1$ voor fig. 3.2 als een *positieve, passieve versterkingsfunctie* definiëren, afgekort tot **PG**(s). Dat wil zeggen *als* $0 \leqq a_i \leqq b_i$ voor alle i, *en* $Q(s) = 0$ alleen wanneer $\mathrm{Re}[s] < 0$, *dan* geldt

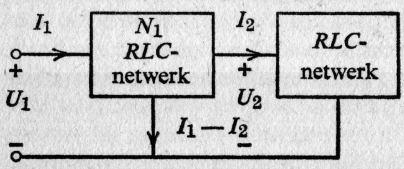


Fig. 3.2. Schakeling voor de berekening van de versterkingsbegrenzing van N_1 in fig. 3.1.

$$\frac{\mathbf{P(s)}}{\mathbf{Q(s)}} = \frac{a_0 + a_1 s + \ldots}{b_0 + b_1 s + \ldots} \equiv \mathbf{PG(s)} \tag{3.2}$$

Door nu een cascade van transformatorloze *RLC*-netwerken te beschouwen wordt het duidelijk dat het produkt van twee positieve, passieve versterkingen weer een positieve, passieve versterking levert.

Om limieten af te leiden voor de in fig. 3.1 gegeven versterkingsschakeling merken we op dat de totale stroomversterking $\mathbf{A_i(s)} \equiv -\mathbf{I_4/I_1}$, kan worden geschreven als het produkt van passieve schakelingsversterkingen maal de stroomversterking van de transistor. Als we aannemen dat de *ingangsadmittantie van de transistor passief is* (dat wil zeggen willekeurig dicht kan worden benaderd door een transformatorloos *RLC*-netwerk), krijgen we het volgende resultaat:

$$\mathbf{A_i(s)} \equiv -\frac{\mathbf{I_4}}{\mathbf{I_1}}\mathbf{(s)} = \frac{\mathbf{I_2}}{\mathbf{I_1}} \cdot \frac{\mathbf{I_3}}{\mathbf{I_2}} \cdot \frac{\mathbf{I_4}}{\mathbf{I_3}} = \frac{-\mathbf{I_3}}{\mathbf{I_2}} \cdot \mathbf{PG(s)}$$

Door verder aan te nemen dat de *uitgangsadmittantie van de transistor passief is* en wordt voorgesteld door y_{uit}, kunnen we $-\mathbf{I_3/I_2}$ schrijven als het produkt van de kortsluitstroomversterking van de transistor, $\mathbf{h_f} = \mathbf{y_f/y_i}$, maal de verhouding $(\mathbf{y_3/y_3} + \mathbf{y_{uit}})$, waarin $\mathbf{y_3} = \mathbf{I_3/U_3}$. Aangezien deze verhouding eveneens een positieve, passieve versterking voorstelt, komen we zo tot de belangrijke gevolgtrekking dat:

$$\mathbf{A_i(s)} = \frac{\mathbf{y_f(s)}}{\mathbf{y_i(s)}} \cdot \mathbf{PG(s)} \tag{3.3}$$

De toepassing van (3.3) stelt ons in staat om enkele belangrijke versterkings- en snelheidsbegrenzingen te voorspellen. Om zover te komen moeten we echter eerst de totale responsie $\mathbf{A_i(s)}$ in een vorm gieten waarin de als 'versterking' en 'bandbreedte' aanwijsbare parameters duidelijk naar voren treden.

Laten we eerst het geval nemen dat er de *RLC*-netwerken en $\mathbf{Y_L}$ willen vinden die een $\mathbf{A_i(s)}$ leveren van

$$\mathbf{A_i(s)} = \frac{\mathbf{s}}{c_0 + c_1 s + c_2 s^2} = \frac{\mathbf{1}}{c_0/s + c_1 + c_2 s} \tag{3.4}$$

De responsie van veel eentrapsversterkers komt bij benadering overeen met (3.4). Merk op dat dit responsietype zowel karakteristiek is voor brede-bandversterkers met een constante versterking over meerdere octaven, als voor smalle-bandversterkers met een bandbreedte die veel kleiner is dan de midbandfrequentie. (3.4) is zelfs kenmerkend voor gelijkstroomversterkers als we $c_0 = 0$ stellen.

We zullen de volgende definities gebruiken: ω_0 is de frequentie waarvoor de versterking(sfactor) maximaal is, $\mathbf{A_{i0}} = \mathbf{A_i}(j\omega_0)$ is de maximale (of midband-) versterking en ω_h en ω_l zijn de bovenste en onderste —3dB-frequenties. Dit levert:

$$\omega_0{}^2 = c_0/c_2 \tag{3.5a}$$

$$A_{i0} = 1/c_1 \tag{3.5b}$$

$$\omega_h - \omega_l = c_1/c_2 \tag{3.5c}$$

Als volgende stap bij de berekening van de beperkingen welke voor A_{i0} en $(\omega_h - \omega_l)$ gelden, zullen we het geval nemen waarin de stroomversterking van de transistor kan worden benaderd door

$$\frac{y_f}{y_i} = \frac{a_{e0}}{1 + s a_{e0}/\omega_T} \tag{3.6}$$

Het frequentiebereik waarvoor (3.6) nog een goede benadering levert reikt normaliter tot ca. $\omega_T/2$ (we gaan hier niet in op de afleiding van het geldigheidsbereik). Door een combinatie van (3.3) tot en met (3.6) komen we tot:

$$\frac{s[a_{e0}{}^{-1} + \omega_T{}^{-1}s]}{c_0 + A_{i0}{}^{-1}s + [A_{i0}(\omega_h - \omega_l)]^{-1}s^2} = \mathbf{PG}(s) \tag{3.7}$$

en door (3.2) tot en met (3.7) toe te passen:

$$a_{e0}{}^{-1} \leqq A_{i0}{}^{-1} \tag{3.8a}$$

$$\omega_T{}^{-1} \leqq [A_{i0}(\omega_h - \omega_l)]^{-1} \tag{3.8b}$$

(3.8) levert ons twee intuïtief verklaarbare beperkingen:

1. de midbandstroomversterking van het geheel kan niet groter zijn dan de kortsluitstroomversterking van de transistor;

2. het produkt van midbandversterking en de —3dB-bandbreedte van de stroomversterking van het geheel kan niet groter zijn dan ω_T. Merk op dat er geen bepaalde beperking geldt ten aanzien van de midbandfrequentie ω_0, afgezien van het geldigheidsbereik van de analyse (dat begrensd wordt door de waarde waarbij ω_h zo hoog wordt dat de veronderstelling van (3.6) niet langer van toepassing is).

De bovenstaande analyse garandeert niet dat de door (3.8) gegeven limietwaarden in de praktijk te verwezenlijken zijn, maar alleen dat er binnen het kader van (3.4) geen 'betere' responsie bereikt kan worden. In dit geval kunnen de vorm van (3.4) en de bovengrenzen van versterking en bandbreedte zoals die door (3.8) worden geleverd, in de praktijk echter zeer dicht worden benaderd. In fig. 3.3 zijn twee mogelijke schakelingen afgebeeld, maar daarnaast bestaan er ook nog andere, afhankelijk van de details van de in- en uitgangsimpedantiekarakteristieken van de transistor.

Als een tweede voorbeeld van het gebruik van (3.3) zullen we een aspect van de frequentie-invloed op de stroomversterking behandelen waarbij de responsietijd wat duidelijker naar voren treedt dan in het geval van (3.4). We nemen hierbij aan dat $A_i(s)$ van de volgende vorm is

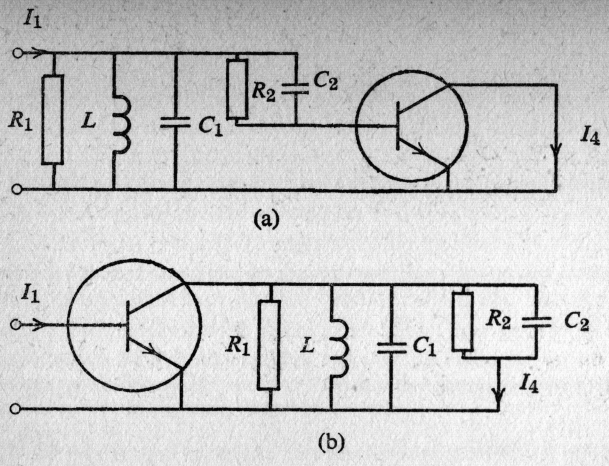


Fig. 3.3. Twee mogelijke schakelingen om de grenzen van (3.8.) te realiseren: a. aannemende dat $|1/R_2 + j\omega C_2| \ll |y_i|$ en $R_2C_2 = a_{e0}/\omega_T$; b. aannemende dat $|1/R_2 + j\omega C_2| \gg |y_o|$ en $R_2C_2 = a_{e0}/\omega T$.
Speciale gevallen: 1. $C_1 = 0$ voor $A_{io}(\omega_h - \omega_1) = \omega T$; 2. $R_1 = \infty$ voor $A_{io} = a_{e0}$; en 3. $L = \infty$ voor $w_1 = 0$.

$$\mathbf{A}_i(s) = \frac{A_{i0}}{1 + d_1 s + d_2 s^2 + \ldots} \tag{3.9}$$

en dat de d_i-coëfficiënten zo zijn ingesteld, dat een monotoon stijgende stapresponsie wordt verkregen. Het is dan toegestaan om de *vertraging* van de versterker gelijk te stellen met de coëfficiënt d_1. Hierbij wordt de totale tijd die de uitgang nodig heeft om uit de beginwaarde 0 tot 50% van de eindwaarde op te lopen de *vertraging* genoemd; de waarde ervan komt zeer nauwkeurig overeen met de coëfficiënt d_1. De *stijgtijd* daarentegen is de tijd welke de uitgang nodig heeft om van 10% naar 90% van de uiteindelijke waarde op te lopen. Deze tijd kan veel kleiner zijn dan de vertraging; tussen stijgtijd en d_1 bestaat geen bepaald algemeen geldend verband (in feite wordt de 10%-90%-stijgtijd, voor het geval dat er geen noemenswaard doorschieten optreedt, bij benadering gegeven door $2{,}5\sqrt{d_1^2 - 2d_2}$).

Door combinatie van (3.3), (3.6) en (3.9) krijgen we:

$$\frac{A_{i0}(a_{e0}^{-1} + s\omega_T)}{1 + d_1 s + d_2 s^2 + \ldots} = \mathbf{PG}(s) \tag{3.10}$$

zodat de versterkings- en snelheidsbegrenzingen worden geleverd door:

$$a_{e0}^{-1} \leqq A_{i0}^{-1} \tag{3.11a}$$

$$\omega_T^{-1} \leqq \frac{d_1}{A_{i0}} \approx \frac{T_{vertr}}{A_{i0}} \tag{3.11b}$$

Met andere woorden, als we te maken hebben met responsies waarvoor een verschil bestaat tussen *vertraging* en *stijgtijd* (of *bandbreedte*), blijkt dat ω_T geen begrenzing van het versterkings-bandbreedteprodukt inhoudt, maar wel een limiet van de 'versterking per vertraging'. Voor het eerder behandelde speciale geval waarbij A_i door (3.4) werd voorgesteld, was de —3dB-bandbreedte ruwweg gelijk aan de reciproke van de 'vertraging' van de versterker; neemt men echter genoegen met een snellere daling van de versterking bij frequenties buiten de doorlaatband, dan zijn voor een gegeven grotere versterkings-bandbreedteprodukten mogelijk. Uit een meer gedetailleerde bestudering blijkt echter dat een zeer grote faseverschuiving binnen de doorlaatband vereist is om een stijgtijd te bereiken, die *veel* kleiner is dan de vertraging, zodat de netwerken N_1 en N_2 dan veel L- en C-componenten moeten bevatten. We mogen dus niet verwachten dat eenvoudige netwerken ons al de mogelijkheid bieden om vertraging tegen versterking uit te wisselen, maar het is toch van theoretisch belang om te weten dat men deze twee factoren tegen elkaar kan afwegen.

Om een inzicht te krijgen in de wijze waarop een schakeling vertraging tegen versterking zou kunnen uitwisselen, willen we als eerste stap het verloop van de variabelen in (3.11) nagaan, zoals dit in fig. 3.4 in beeld is gebracht. Let op de vorm van de begrenzingen uit (3.11) zoals deze door fig. 3.4 worden gegeven. De beperkingen komen erop neer dat de ladingtoevoer aan de transistor altijd kleiner is dan de ladingtoevoer aan de ingang, en dat de stationaire stroom naar de transistor altijd kleiner is dan de stroomsterkte die aan de ingang wordt aangelegd. (Merk op dat deze beperkingen alleen gelden door het geval van een verwaarloosbare oscillatie van de stapresponsie.) Een methode om de

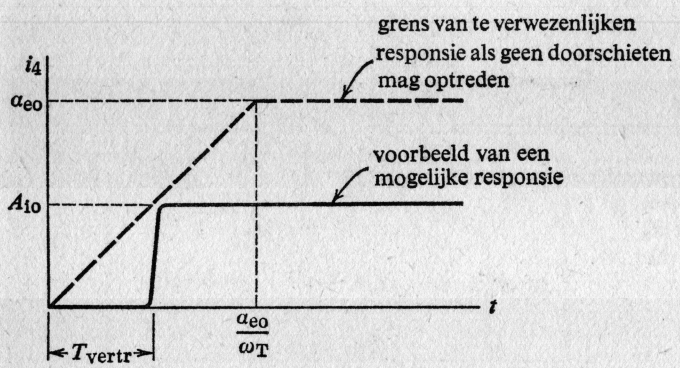


Fig. 3.4. Interpretatie van de grenzen van (3.11) in het tijdsgebied, waarbij is aangenomen dat $i_1(t)$ een stapvormige verandering van één eenheid op het tijdstip $t = 0$ is, en $i_4(t)$ monotoon.

'typische responsie' van fig. 3.4 in de praktijk te verwezenlijken krijgt men door het ingangs-*RLC*-circuit zo in te stellen dat dit de ladingtoevoer van de bron opslaat, totdat het netwerk op het tijdstip $t = T_{\text{vertr}}$ plotseling de *gehele* opgeslagen lading aan de transistor afgeeft, waardoor een zeer snelle stijging van de collectorstroom plaats vindt. In feite geldt natuurlijk een beperking ten aanzien van de stijgtijd, maar deze wordt als gevolg van de door ons veronderstelde $\mathbf{y}_f/\mathbf{y}_i$-vorm (dat wil zeggen het uitgangspunt dat 3.6 geldt) niet door onze analyse voorspeld. Zou $\mathbf{y}_f/\mathbf{y}_i$ voor een transistor bij grote s werkelijk een functie zijn van s^{-1}, dan zou de transistor zelf in feite geen enkele beperking aan stijgtijd of bandbreedte opleggen!

Fig. 3.5 geeft een voorbeeld van een netwerk waarin men de vertraging tegen de stroomversterking kan afwegen. De fysische verklaring van de werking ervan luidt als volgt. De *L*- en *C*-elementen vormen een geconcentreerde benadering van een vertragingslijn met karakteristieke impedantie $R = \sqrt{L/C}$ en een vertraging van $T = (LC)^{-1/2}$ per sectie. Wordt nu aan de ingang een stapvormige stroomverandering aangelegd, verplaatst deze zich langs de '*LC*-transmissielijn', waarbij de condensators één voor één worden opgeladen. De condensatorstroom levert de ingang van een volgende vertragingslijn, die uiteindelijk de lading aan de transistor afgeeft. Door een juiste keuze van de lengte van de secundaire vertragingslijnen (die eveneens door *LC*-kringen benaderd zouden kunnen worden), kan men het zo instellen dat alle laadstromen van de condensators op bijna hetzelfde ogenblik bij de transistor aankomen. Het netto-resultaat is dat na een tijd die gelijk is aan de totale vertraging van de *LC*-schakeling, de transistor een bijna abrupte

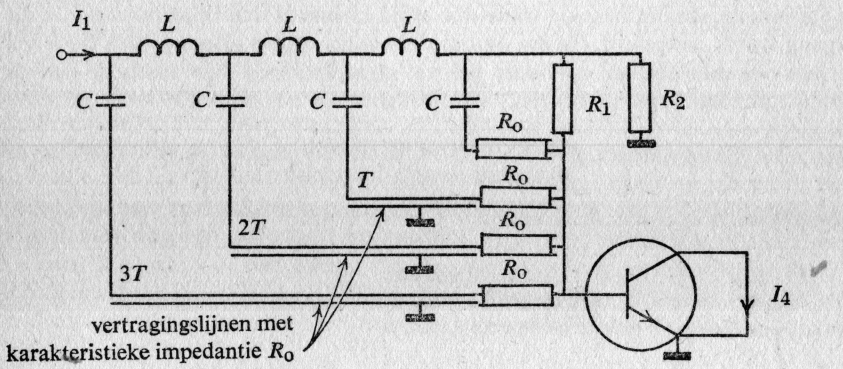


Fig. 3.5. Een methode om de stroomversterking te vergroten ten koste van de vertraging, teneinde de grenzen van (3.11) te bereiken.

stroomimpuls ofwel een stapvormige ladingsverandering ontvangt, waarvan de sterkte alleen wordt beperkt door het aantal secties dat men in de LC-vertragingslijn wil opnemen. Nadat de transistor de 'stroomimpuls' heeft ontvangen, levert R_1 verder de stationaire gelijkstroom aan de basis, waarmee dus de gewenste uitgang, een vertraagde stapresponsie, bereikt is. Helaas moet hierbij aan de impedantie-ongelijkheden $R \gg R_0 \gg r_{in}$ worden voldaan, zodat de ingangsspanning zeer groot kan zijn. Het is op deze wijze mogelijk om zeer grote versterkings-bandbreedteprodukten te bereiken, maar in de regel is het veel gemakkelijker om meerdere transistors in een meertrapsconfiguratie in cascade te schakelen als men grote versterkingen gecombineerd met grote bandbreedten nodig heeft.

Heeft men alleen stroomversterking nodig, dan kan men zelfs met een eenvoudige transformator volstaan, die immers al een grotere versterking levert, zonder dat de bandbreedte daardoor nadelig wordt beïnvloed. Het ligt voor de hand dat een ideale transformator bij de ingang de stroomversterking binnen elke willekeurige frequentieband volkomen naar wens kan opvoeren, zonder dat daardoor een nieuwe vertraging ontstaat. Op deze manier kan men dus over een groot stroomversterkings-bandbreedteprodukt beschikken, dat onafhankelijk is van de vertraging. Maar zelfs een niet-ideale transformator kan goed worden gebruikt om de begrenzing van de stroomversterking en snelheid te ontlopen, zoals in fig. 3.6 te zien is. De transformator verzorgt hierin de hoogfrequentversterking, terwijl de transistor de gelijkstroomversterking levert. Op deze manier kan men zodoende een grote bandbreedte bereiken zonder dat dit ten koste van de stroomversterking of de vertraging gaat.

Het zal in dit stadium duidelijk zijn dat de voorgaande analyse te kort schoot in die zin dat daarin alleen de stroomversterking is beschouwd, terwijl transistorversterkers in de praktijk natuurlijk ook vaak spannings- en/of vermogensversterking moeten leveren. Kortom, ω_T levert op zichzelf genomen geen volledige maatstaf van de versterkings-snelheidsprestaties.

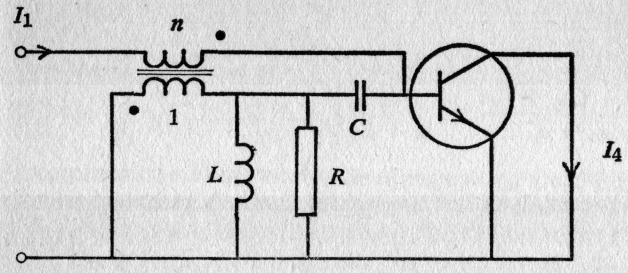


Fig. 3.6. Een methode om de stroomversterkings-snelheidsprestaties op te voeren met behulp van een niet-ideale transformator.

3.2.3. *De spanningsversterking*

De methoden die hierboven gebruikt zijn voor de afleiding van de stroomversterkings-snelheidsbegrenzingen kunnen worden toegepast voor de bepaling van de begrenzingen die ten aanzien van de spanningsversterking gelden. Zo krijgen we door in (3.3) de y's door z's te vervangen, de volgende begrenzing:

$$\mathbf{A}_u(s) \equiv \frac{-\mathbf{U}_4}{\mathbf{U}_1}(s) = \frac{-\mathbf{z}_f(s)}{\mathbf{z}_i(s)} \cdot \mathbf{PG}(s) = \frac{\mathbf{y}_f(s)}{\mathbf{y}_o(s)} \cdot \mathbf{PG}(s) \tag{3.12}$$

De spanningsversterking van het geheel is dus het produkt van de spanningsversterking van de transistor bij open kring, $\mathbf{y}_f/\mathbf{y}_o$, maal de versterking van een transformatorloos *RLC*-circuit met drie aansluitingen. Merk op dat voor (3.12) dezelfde voorwaarden gelden als voor (3.3); namelijk dat de in- en uitgangsimpedanties van de transistor passief moeten zijn als deze met N_1 respectievelijk N_2 is verbonden.

Het is meestal ook mogelijk om $\mathbf{y}_f/\mathbf{y}_o$ over het voor ons interessante frequentiebereik te benaderen door een eenpolige functie:

$$\frac{\mathbf{y}_f}{\mathbf{y}_o} = \frac{\gamma_0}{1 + s\gamma_0/\omega_U} \tag{3.13}$$

waarin de rol van γ_0 en ω_U overeenkomt met die van a_{eo} respectievelijk ω_T. Deze eenpolige benadering kan verdedigd worden op grond van het in fig. 3.7. getekende model, dat op fysische overwegingen gebaseerd is, of ook op basis van typische meetresultaten zoals die in fig. 3.8 in beeld zijn gebracht. Voor het model van fig. 3.7 kunnen we a_{eo} ω_T, γ_0 en ω_U berekenen door $\mathbf{y}_f/\mathbf{y}_i$ of $\mathbf{y}_f/\mathbf{y}_o$ als een verhouding uit te drukken: $(a_0 + a_1 s + \ldots)/(b_0 + b_1 s + \ldots)$ en a_1, b_2 en alle hogere termen te verwaarlozen. Dit levert dan:

$$a_{eo} \approx g_m/g_\pi \tag{3.14a}$$

$$\omega_T^{-1} \approx g_m^{-1}\left(C_\pi + C_\mu + C_{be} + C_{bc} + \frac{g_\pi}{g_x}[C_{bc} + C_{be}]\right) \tag{3.14b}$$

$$\gamma_0 \approx \frac{g_m g_x}{(g_x + g_\pi)(g_o + g_\mu)} \tag{3.14c}$$

$$\omega_U^{-1} \approx g_x^{-1} C_\mu + \gamma_0^{-1}\left[\frac{C_\mu + C_{be} + C_{ce}}{g_o + g_\mu} + \frac{C_\pi}{g_x + g_\pi}\right] \tag{3.14d}$$

waarin is aangenomen dat $g_m \gg g_o + g_\mu$ en $g_\pi \gg g_\mu$. Voor typische transistorparameters is $g_x > g_\pi$, zodat we het resultaat dan nog verder kunnen vereenvoudigen tot:

$$a_{eo} \approx g_m/g_\pi \tag{3.15a}$$

$$\omega_T^{-1} \approx \frac{C_\pi + C_\mu + C_{be} + C_{bc}}{g_m} \tag{3.15b}$$

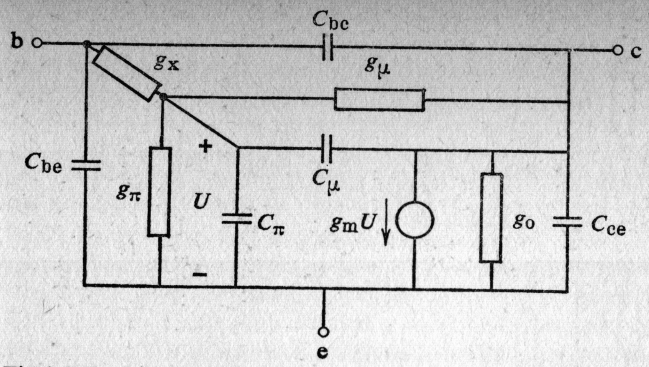


Fig. 3.7. Transistormodel.

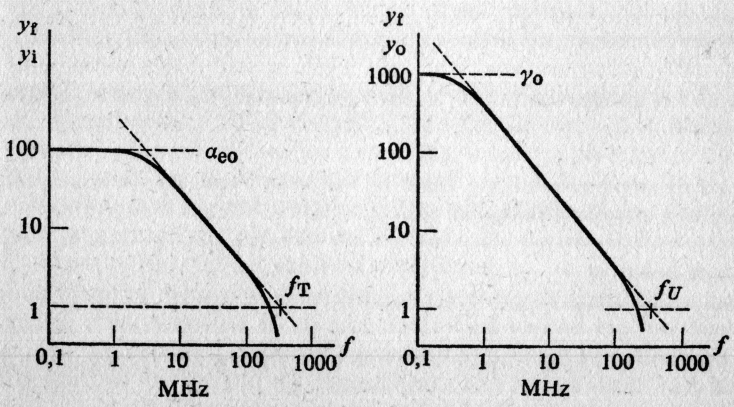


Fig. 3.8. Kenmerkende gemeten karakteristieken, waaruit een eenpolige benadering van y_f/y_i en y_f/y_o blijkt.

$$\gamma_0 \approx g_m/g_o \tag{3.15c}$$

$$\omega_U^{-1} \approx \frac{C_\mu}{g_x} + \frac{C_\mu + C_{bc} + C_{ce}}{g_m} \tag{3.15d}$$

Binnen het kader waarvoor de benadering van y_f/y_o door een enkele tijdconstante geldt, kunnen (3.12) en (3.13) worden gebruikt om begrenzingen ten aanzien van de spanningsversterking af te leiden welke analoog zijn aan die welke in par. 3.2.2 voor stroomversterking zijn gevonden. Zo geldt voor een versterker met een tweepolige responsie, een midbandspanningsversterking A_{u0} en een —3dB-bandbreedte $(\omega_h - \omega_l)$, de begrenzing $A_{u0}(\omega_h - \omega_l) \leqq \omega_U$. Normaliter is ω_U groter dan ω_T, zodat deze limiet minder res-

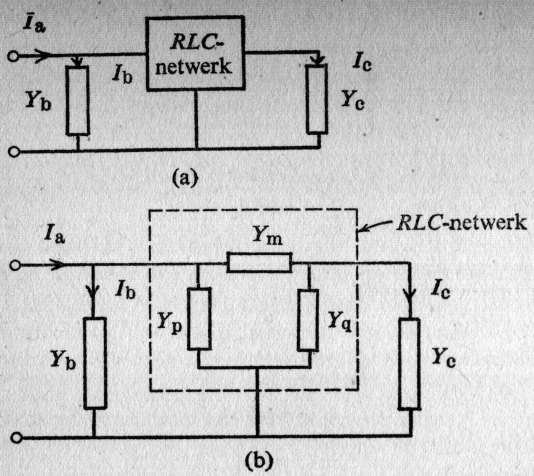


Fig. 3.9. Schakeling voor het afleiden van (3.16). $\mathbf{Y_b}$ en $\mathbf{Y_c}$ zijn passief, $\mathbf{Y_p}$, $\mathbf{Y_m}$ en $\mathbf{Y_q}$ hebben polen in de linker vlakhelft.

trictief is dan die voor de stroomversterking, maar bij versterkers met $A_{u0} \gg A_{i0}$ speelt deze begrenzing toch nog een zeer belangrijke rol.

3.2.4. *De invloed van de belasting*

De voorgaande resultaten kunnen in een beter bruikbare vorm worden gebracht door daarin ook de invloed van een *voorgeschreven* belasting op de responsie op te nemen. In fig. 3.9 zijn een transistor en een passieve belastingsadmittantie $\mathbf{Y_c}$ onderling verbonden door een passief *RLC*-netwerk met drie aansluitingen. De uitgang van de transistor is voorgesteld door een stroom $\mathbf{I_a}$, parallel met een passieve admittantie $\mathbf{Y_b}$.

We willen hiervan eerst het volgende belangrijke resultaat afleiden:

$$\frac{\mathbf{I_c}}{\mathbf{I_a}} = \frac{\mathbf{Y_c}}{\mathbf{Y_b} + \mathbf{Y_c}} \cdot \mathbf{PG(s)} \tag{3.16}$$

In woorden uitgedrukt zegt (3.16) dat de stroomversterking $\mathbf{I_c}/\mathbf{I_a}$ kan worden geschreven als het produkt van de versterking die zou optreden, als de transistor direct met de belasting verbonden zou zijn, maal een $\mathbf{PG(s)}$-achtige functie. Het hieronder volgende bewijs ervan kan worden overgeslagen als de lezer bereid is om de juistheid van (3.16) op gezag te aanvaarden, in welk geval hij direct door kan gaan naar (3.18a).

In fig. 3.9b is dezelfde schakeling van fig. 3.9a afgebeeld, behalve dat het *RLC*-netwerk in dit geval is vervangen door drie admittanties $\mathbf{Y_p}$, $\mathbf{Y_m}$ en $\mathbf{Y_q}$. Deze π-voorstelling is verantwoord omdat een *RLC*-netwerk door reciprociteit is gekenmerkt (ware dit niet zo,

dan zouden er vier Y-parameters nodig zijn), maar $\mathbf{Y}_p$, $\mathbf{Y}_m$ en $\mathbf{Y}_q$ behoeven geen passieve admittanties te zijn (merk op dat $\mathbf{Y}_p$ en $\mathbf{Y}_q$ voor een zekere configuratie van het *RLC*-netwerk steilheden voorstellen). Voor het gemak zullen we de Y's op de volgende wijze als verhoudingen van polynomen voorstellen:

$$\mathbf{Y}_b = \frac{\mathbf{P}_b(s)}{\mathbf{Q}(s)}\ ;\quad \mathbf{Y}_p = \frac{\mathbf{P}_p(s)}{\mathbf{Q}(s)}\ ;\quad \ldots\quad \mathbf{Y}_c(s) = \frac{\mathbf{P}_c(s)}{\mathbf{Q}(s)} \tag{3.17a}$$

De wortels van polynoom $\mathbf{Q}(s)$ zijn alle poolfrequenties van alle Y's, zodat enkele van de $\mathbf{P}(s)$-polynomen factors gemeen kunnen hebben met $\mathbf{Q}(s)$. Voor alle s-waarden in de rechter vlakhelft kan geen enkele *RLC*-ingangsadmittantie of steilheid oneindig zijn (tenzij deze voor alle frequenties oneindig is). Geen van de Y's in (3.17a) kan zodoende polen hebben in de rechter vlakhelft, zodat $\mathbf{Q}(s)$ ook geen wortels in de rechter vlakhelft kan hebben. We zullen de mogelijkheid van eigenfrequenties voor $s = j\omega$ uitsluiten op grond van de overweging dat alle *L*- en *C*-elementen een zeker verlies vertonen. De wortels van $\mathbf{Q}(s)$ zullen dus in de linker vlakhelft liggen, terwijl de coëfficiënten positief zullen zijn.

De $\mathbf{P}(s)$ polynomen hebben alle positieve coëfficiënten, en wel om de volgende redenen. In de eerste plaats moeten $\mathbf{P}_b(s)$ en $\mathbf{P}_c(s)$ positieve coëfficiënten hebben omdat $\mathbf{Y}_b(s)$ en $\mathbf{Y}_c(s)$ verondersteld worden passieve admittanties te zijn (dat wil zeggen met alle polen en nulpunten in de linker vlakhelft). De volgende overweging is dat de kortsluitstroomversterking van het *RLC*-netwerk een $\mathbf{PG}(s)$-functie is, die in dit geval wordt gegeven door $\mathbf{Y}_m/(\mathbf{Y}_m + \mathbf{Y}_p) = \mathbf{P}_m/(\mathbf{P}_m + \mathbf{P}_p)$. Dit betekent dat $\mathbf{P}_m(s)$ en $[\mathbf{P}_m(s) + \mathbf{P}_p(s)]$ uiteraard ook polynomen zijn met positieve coëfficiënten. Dit is alleen mogelijk als $\mathbf{P}_m(s)$ en $\mathbf{P}_p(s)$ *beide* polynomen met positieve coëfficiënten zijn. Uit een analoge argumentatie blijkt dat $\mathbf{P}_q(s)$ een polynoom met positieve coëfficiënten is.

We kunnen de stroomversterking $\mathbf{I}_c/\mathbf{I}_a$ nu als volgt schrijven:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathbf{I}_c}{\mathbf{I}_a} &= \frac{\mathbf{Y}_c\mathbf{Y}_m}{\mathbf{Y}_m(\mathbf{Y}_b + \mathbf{Y}_p + \mathbf{Y}_q + \mathbf{Y}_c) + (\mathbf{Y}_b + \mathbf{Y}_p)(\mathbf{Y}_q + \mathbf{Y}_c)} \\
&= \frac{\mathbf{Y}_c}{\mathbf{Y}_b + \mathbf{Y}_c} \cdot \frac{\mathbf{Y}_m(\mathbf{Y}_b + \mathbf{Y}_c)}{\mathbf{Y}_m(\mathbf{Y}_b + \mathbf{Y}_c) + [\mathbf{Y}_m(\mathbf{Y}_p + \mathbf{Y}_q) + (\mathbf{Y}_b + \mathbf{Y}_p)(\mathbf{Y}_q + \mathbf{Y}_c)]} \\
&= \frac{\mathbf{Y}_c}{\mathbf{Y}_b + \mathbf{Y}_c} \cdot \frac{\mathbf{P}_m(\mathbf{P}_b + \mathbf{P}_c)}{\mathbf{P}_m(\mathbf{P}_b + \mathbf{P}_c) + [\mathbf{P}_m(\mathbf{P}_p + \mathbf{P}_q) + (\mathbf{P}_b + \mathbf{P}_p)(\mathbf{P}_q + \mathbf{P}_c)]} \\
&= \frac{\mathbf{Y}_c}{\mathbf{Y}_b + \mathbf{Y}_c} \cdot \frac{\mathbf{P}_1(s)}{\mathbf{P}_1(s) + \mathbf{P}_2(s)}
\end{aligned} \tag{3.17b}$$

waarin

$$\mathbf{P}_1(s) = \mathbf{P}_m(\mathbf{P}_b + \mathbf{P}_c)$$

$$\mathbf{P}_2(s) = \mathbf{P}_m(\mathbf{P}_p + \mathbf{P}_q) + (\mathbf{P}_b + \mathbf{P}_p)(\mathbf{P}_q + \mathbf{P}_c)$$

Merk op dat $\mathbf{P}_1(s)$ en $\mathbf{P}_2(s)$ beide polynomen in s zijn met positieve coëfficiënten, zodat

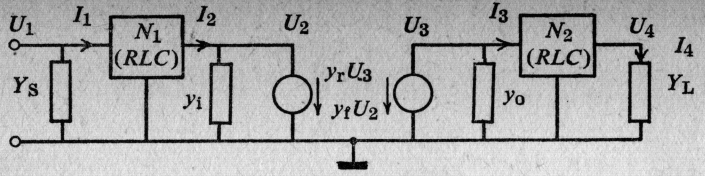


Fig. 3.10. Schakeling van fig. 3.1 waarin de transistorparameters expliciet zijn aangegeven (U_1, U_2 etc. zijn gemeten ten opzichte van de aarde).

$P_1/(P_1 + P_2)$ voldoet aan de voorwaarden die voor $PG(s)$ gelden, mits $P_1(s) + P_2(s)$ alleen wortels in de linker vlakhelft heeft. Omdat we weten dat I_c/I_a en $(Y_b + Y_c)/Y_c$ uitsluitend polen in de linker vlakhelft hebben (zo zijn Y_b en Y_c passief), moeten de wortels van $P_1(s) + P_2(s)$ tot de linker vlakhelft beperkt zijn. Hiermee is de juistheid van (3.16) aangetoond.

Als we nu de versterker uit fig. 3.1 op de wijze van fig. 3.10 voorstellen, met de *y*-parameters expliciet aangegeven, krijgen we de volgende betrekking:

$$A_u(s) = \frac{-U_4}{U_1} = \frac{U_2}{U_1} \cdot y_f \cdot \frac{Y_L}{Y_L + y_o} \cdot PG_1(s) \cdot \frac{1}{Y_L}$$

$$= \frac{y_f}{y_o + Y_L} \cdot PG_2(s) = \frac{1}{y_o y_f^{-1} + Y_L y_f^{-1}} \cdot PG_2(s) \qquad (3.18a)$$

en, op een overeenkomstige manier, door voor de stroomversterking y_i te vervangen door z_i, y_f door $-z_f$, etc.:

$$A_i(s) = \frac{-I_4}{I_1} = \frac{I_2}{I_1} \cdot z_f \cdot \frac{-Z_L}{Z_L + z_o} \cdot PG_3(s) \cdot \frac{1}{Z_L}$$

$$= \frac{-z_f}{z_o + Z_L} \cdot PG_4(s) = \frac{1}{y_i y_f^{-1} - Z_L z_f^{-1}} \cdot PG_4(s) \qquad (3.18b)$$

Samenvattend kunnen we zeggen dat de versterking van het geheel kan worden geschreven als het produkt van de versterking van de transistor als deze *zonder* enig koppelnetwerk met de belasting is verbonden, maal de versterking van een passief *RLC*-netwerk met drie aansluitingen.

Als eerste voorbeeld zullen we de invloed nagaan van een capacitieve belasting C_L op de spanningsversterkings-snelheidsbegrenzingen. Bij frequenties beneden ca. $\omega_b \equiv (g_x + g_\pi)/(C_\mu + C_\pi)$ mogen we aannemen dat $y_f = g_m g_x/(g_x + g_\pi)$. Dit levert met behulp van (3.13) en (3.18a):

$$A_u(s) = \frac{1}{\gamma_0^{-1} + s(\omega_U^{-1} + [(g_x + g_\pi)/g_m g_x]sC_L} \cdot PG(s)$$

De *effectieve* waarde van ω_U^{-1} wordt dus voorgesteld door:

$$\omega_U^{-1}(\text{eff}) = \omega_U^{-1} + [(g_x + g_\pi)/g_m g_x]\, C_L$$

terwijl de belasting door een capaciteit beslist een nadelige invloed moet hebben op de versterkings-snelheidsprestaties van de transistor. In het geval van een meertrapsversterker is de ingangscapaciteit naar de volgende trap in de regel betrekkelijk groot, waardoor de waarde van $\omega_U(\text{eff})$ duidelijk achteruit gaat.

Als tweede voorbeeld zullen we de invloed nagaan van een belastingsweerstand R_L op de stroomversterkings-snelheidsbegrenzingen. Bij matige frequenties geldt $\mathbf{z}_f^{-1} \approx -s(C_\mu + C_{bc})$, (dat wil zeggen de waarde van $\mathbf{z}_f$ wordt door een inwendige negatieve terugkoppeling bepaald), hetgeen met behulp van (3.6) en (3.18b) levert:

$$\mathbf{A}_i(s) \approx \frac{1}{a_{eo}^{-1} + s[\omega_T^{-1} + R_L(C_\mu + C_{bc})]}$$

In dit geval wordt de *effectieve* waarde van ω_T^{-1} dus voorgesteld door:

$$\omega_T^{-1}(\text{eff}) = \omega_T^{-1} + R_L(C_\mu + C_{bc})$$

zodat de belasting door een weerstand dus in een duidelijke verlaging van de versterkings-snelheidsprestaties van de transistor resulteert. Voor het bereiken van een midbandspanningsversterking is het nodig dat R_L niet nul is, maar de mogelijke stroomversterking wordt zodoende door de eisen ten aanzien van deze spanningsversterking wel verlaagd. Dit houdt nauw verband met het feit dat de ingangscapaciteit van een versterker onder andere C_μ en C_{bc} bevat, vermenigvuldigd met de spanningsversterking van de betreffende trap.

3.2.5. *Versterkings-snelheidsbegrenzingen van unilaterale versterkers*

Uit de voorgaande voorbeelden blijkt waarom men voor een meertrapsversterker die tegelijkertijd stroom- en spanningsversterking moet leveren, niet aan de hand van ω_T en ω_U alleen de versterkings-snelheidsprestaties kan voorspellen. Helaas is het lastig, vanwege de niet-unilaterale eigenschappen van transistors, om algemeengeldende begrenzingen voor dergelijke versterkers af te leiden. In deze paragraaf zullen we het speciale geval bezien waarin de transistors door een geschikte netwerkconfiguratie zijn geneutraliseerd, bijvoorbeeld op de wijze van fig. 3.11a, terwijl de versterker uit in cascade geschakelde *identieke* trappen is opgebouwd (de versterker bestaat dus uit 'herhaalde' trappen).

Voor dit belangrijke speciale geval van een cascadeschakeling van identieke unilaterale trappen kunnen we namelijk enkele betrekkelijk eenvoudige verbanden tussen versterking en snelheid afleiden. We nemen aan dat de transistor wordt geneutraliseerd door middel van een fase-omkerende transformator en een passieve terugkoppelingsadmittantie $\mathbf{y}_n$, op de wijze van fig. 3.11a. Als we de transistor door het model van fig. 3.7 voorstellen, zal $\mathbf{y}_n$ van de in fig. 3.11b afgebeelde vorm zijn, al kan men $\mathbf{y}_n$ voor een smalle-bandversterker

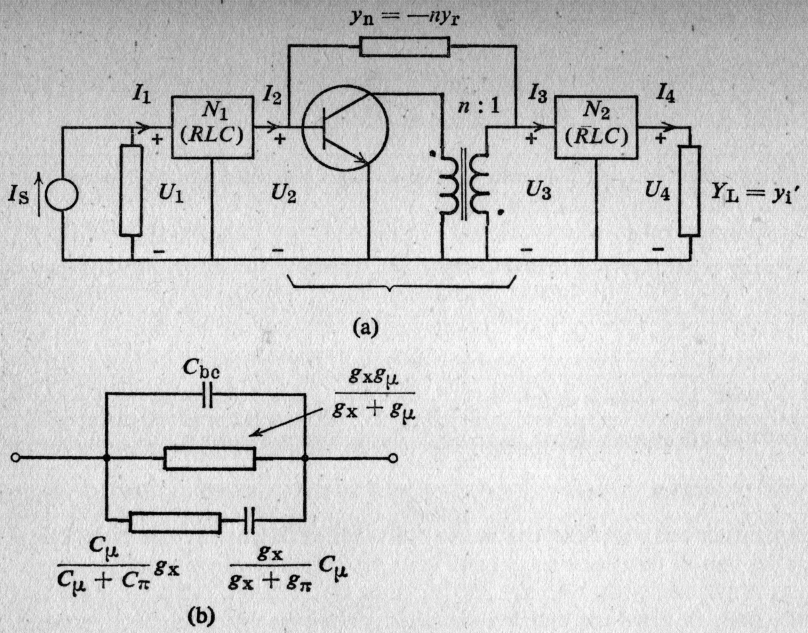


Fig. 3.11. Geneutraliseerde versterker beschreven met y′-parameters: a. schakeling; b. geneutraliseerd netwerk.

in de regel vereenvoudigen tot een enkele R en C. De y-parameters van de geneutraliseerde transistor worden aangeduid met y_i', y_f' etc., de waarden ervan zijn:

$$\begin{aligned} y_i' &= y_i - ny_r \\ y_f' &= -n(y_f - y_r) \\ y_r' &= 0 \\ y_o' &= n^2 y_o - ny_r \end{aligned} \qquad \text{(voor } y_n = -ny_r\text{)} \tag{3.19}$$

Omdat de transistor geneutraliseerd is, bedraagt de ingangsadmittantie y_i' en de uitgangsadmittantie y_o'. De versterking-per-trap wordt zodoende van de vorm:

$$\begin{aligned} A_u(s) = A_i(s) \equiv A_s &= \frac{y_f'}{y_i' + y_o'} \cdot PG(s) \\ &= \frac{-(y_f - y_r)}{n^{-1}y_i + ny_o - 2y_r} \cdot PG(s) \end{aligned} \tag{3.20}$$

Doorgaans mogen we $\mathbf{y}_r$ ten opzichte van $\mathbf{y}_f$ verwaarlozen, zodat $\mathbf{y}_f/\mathbf{y}_r$ dan kan worden benaderd door:

$$\frac{\mathbf{y}_f}{\mathbf{y}_r} \approx \frac{-\omega_R}{s}\,; \qquad \omega_R = \frac{g_m}{C_\mu + C_{bc}} \tag{3.21}$$

(3.20) wordt dan:

$$\mathbf{A}(s) = \frac{-1}{(a_{eo}^{-1}n^{-1} + \gamma_0^{-1}n) + s\tau_s} \cdot \mathbf{PG}(s) \tag{3.22}$$

waarin

$$\tau_s = \omega_T^{-1}n^{-1} + \omega_U^{-1}n + 2\omega_R^{-1}$$

Voor deze versterker met identieke in cascade geschakelde trappen speelt τ_s dus een rol die volkomen overeenkomt met die van ω_T^{-1} en ω_U^{-1} bij de voorgaande behandeling van de stroom- en spanningsversterkingsbegrenzingen. τ_s levert zodoende een redelijke maatstaf voor de snelheidsprestaties van de geneutraliseerde transistor. Om een maximale snelheid te bereiken moeten we n zo instellen dat τ_s minimaal wordt, hetgeen betekent dat:

$$\tau_s(\min) = 2[\sqrt{\omega_T^{-1}\omega_U^{-1}} + \omega_R^{-1}] \tag{3.23}$$

voor

$$n = \sqrt{\omega_U/\omega_T}$$

Als uitgewerkt numeriek voorbeeld kunnen we bijvoorbeeld de transistor nemen waarvan de karakteristieken door fig. 3.8 worden gegeven; hiervoor geldt:

$\omega_T^{-1} = 1{,}08$ ns; $\omega_U^{-1} = 0{,}85$ ns; $\omega_R^{-1} = 0{,}11$ ns

$\tau_s(\min) = 2{,}14$ ns; $1/2\pi\tau_s(\min) = 74$ MHz

Voor een tweepolige responsie van de vorm van (3.4) kan het produkt van bandbreedte-per-trap maal versterking-per-trap dus niet groter zijn dan ca. 74 MHz. Merk op dat de maximale versterkings-snelheidsprestaties slechts ongeveer de helft zijn van wat we aan de hand van ω_T en ω_U apart genomen en *zonder* transformator zouden verwachten, ondanks het feit dat in de schakeling in het koppelnetwerk tussen de trappen is opgenomen.

Het is niet zo dat neutralisatie de maximale snelheid levert, maar zonder neutralisatie is het vrijwel onmogelijk om de versterking-*per-trap* of de snelheidsaspecten uit elkaar te halen. Verder is gemakkelijk aan te tonen dat de inwendige terugkoppeling door de transistor (dat wil zeggen $\mathbf{y}_r$) vaak een ongunstige invloed op de bandbreedte heeft.

We wijzen er op dat het effect van de neutralisatie eveneens kan worden bereikt door middel van technieken die volkomen afwijken van het voorbeeld in fig. 3.11. Zo zou men een differentieversterker met kruislings gekoppelde admittanties kunnen toepassen, op de wijze van fig. 3.12a. Ook kan men een positieve terugkoppeling rond meer dan één trap toepassen, zoals in fig. 3.12b is getekend. In feite is het zo dat een versterking die bij

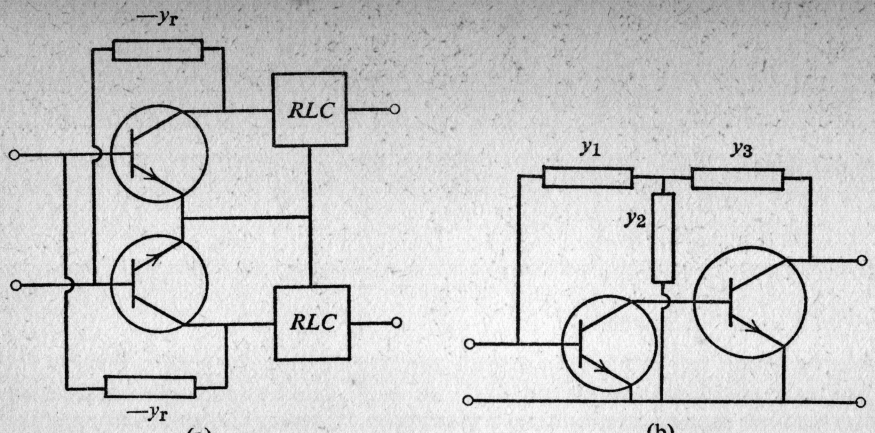


Fig. 3.12. Twee methoden om neutralisatie te bereiken: a. differentieversterker met kruislingse koppeling; b. neutralisatie door terugkoppeling van de tweede trap; y_1, y_2 en y_3 zijn zo gekozen dat ze de invloed van y_r in de ingangstrap ongeveer opheffen.

negatieve terugkoppeling (tegenkoppeling) bij lage frequenties is ontworpen, bij hoge frequenteis, waar de faseverschuiving van de versterker een belangrijke rol gaat spelen, onherroepelijk een positieve terugkoppeling (meekoppeling) gaat vertonen. Zo kan zelfs een negatieve terugkoppeling tot een gedeeltelijke opheffing van y_r leiden. M.a.w. de inwendige terugkoppeling zal een uiteengaan van de eigenfrequenties van de meertrapsversterker veroorzaken, en de totale negatieve terugkoppeling (en ook neutralisatie) verlaagt dit effect. In de eerder beschouwde schakelingen mochten geen serie-emitterimpedanties of shuntadmittanties van basis naar collector voorkomen. De toevoeging van deze elementen brengt echter geen belangrijke verandering in de conclusies, *mits de in- en uitgangsadmittanties passief blijven.* Een serie-emitterimpedantie verlaagt bijvoorbeeld y_f en y_i in ongeveer dezelfde verhouding, terwijl ook de effectieve waarde van ω_T er in de praktijk door wordt gereduceerd. Om echter meer exacte begrenzingen af te leiden voor algemenere schakelingsconfiguraties, waaronder negatieve in- en uitgangsadmittanties en niet-unilaterale trappen, is het praktisch om van een enigszins ander gezichtspunt uit te gaan.

3.3. MAXIMALE OSCILLATIEFREQUENTIES

3.3.1. *Inleiding*

In het voorgaande deel van dit hoofdstuk zijn enkele begrenzingen van een bepaalde gemeenschappelijke-emitterconfiguratie afgeleid, waarbij de impedanties aan bepaalde voorwaarden moesten voldoen. Hoewel deze begrenzingen in de praktijk zeer zeker be-

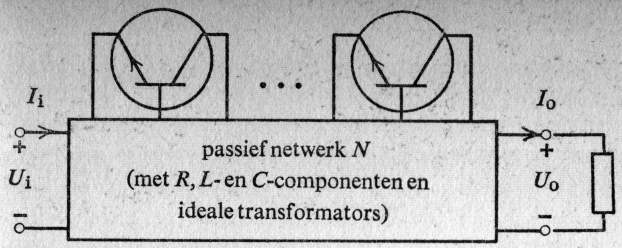


Fig. 3.13. Schematische voorstelling van een algemeen versterkercircuit.

langrijk zijn, stellen zij toch niet noodzakelijkerwijs onvermijdelijke limieten voor. Stel dat we bijvoorbeeld een willekeurig aantal transistors en passieve schakelingscomponenten willen gebruiken, zonder beperkingen ten aanzien van de schakelingsconfiguratie en de transistorparameters. Dit zeer algemene uitgangspunt is in fig. 3.13 door een principeschema voorgesteld, waarin het koppelcircuit, N, uit R-, L- C- en transformatorcomponenten is opgebouwd. We willen in deze paragraaf proberen om enkele versterkingssnelheidsbegrenzingen voor dit algemenere circuit af te leiden.

Merk op dat als de schakeling in fig. 3.13 een vermogensversterking kan leveren bij een bepaalde frequentie $s = j\omega$, het ook mogelijk moet zijn om de uitgang terug te leiden naar de ingang en zo oscillaties op te wekken. Het ligt voor de hand dat het passieve schakelingsdeel geen netto-uitgangsvermogen kan leveren voor $s = j\omega$, en het punt waar het om gaat is dan ook dat de *transistor* een netto-uitgangsvermogen kan leveren. Er geldt zodoende de volgende belangrijke beperking: *de vermogensversterking (verhouding tussen uitgangs- en ingangsvermogen) moet ongeacht de belastingsimpedantie minder dan* 1 *zijn bij elke frequentie* $s = j\omega$ *waarvoor de transistor alleen geen netto-uitgangsvermogen kan leveren.* Is de transistor bijvoorbeeld niet in staat om een uitgangsvermogen te leveren bij $\omega \geqq \omega_{max}$, dan moet de vermogensversterking van het geheel $\leqq 1$ zijn voor $\omega \geqq \omega_{max}$. Het volgende onderwerp is nu de afleiding van de betreffende 'maximale oscillatiefrequenties' en het gebruik ervan bij de bepaling van elke eruit volgende versterkings-snelheidsbegrenzingen.

3.3.2. *Bepaling van* ω_{max} *aan de hand van het complexe vermogen*

Voor een eenpoortschakeling (dat wil zeggen een netwerk met slechts één klemmenpaar, een tweepool) waaraan een sinusvormig signaal met de frequentie $s = j\omega$ wordt toegevoerd, wordt het (over de tijd) gemiddelde door het netwerk geabsorbeerde vermogen voorgesteld door het reële deel van het complexe vermogen, dat wil zeggen

$$\overline{u(t) \cdot i(t)} = \tfrac{1}{2}\mathrm{Re}[\mathbf{U}^*\mathbf{I}] = \mathrm{Re}\,[\mathbf{P}] \tag{3.24}$$

waarin $\mathbf{U}^*$ het complexe conjugaat van $\mathbf{U}$ is, en $|\mathbf{U}|$ en $|\mathbf{I}|$ de moduli van de aangelegde spanningen en stromen zijn. $\mathbf{P}$ is het complexe vermogen, hier gedefinieerd als:

$\mathbf{P} \equiv \frac{1}{2}\mathbf{U}^*\mathbf{I}$ = het complexe vermogen dat door de schakeling wordt *geabsorbeerd* (3.25)

Het is dikwijls praktisch om het complexe vermogen te definiëren als $\mathbf{P} = \frac{1}{2}\mathbf{U}\mathbf{I}^*$. Onze keuze van $\mathbf{P} = \frac{1}{2}\mathbf{U}^*\mathbf{I}$ is gebaseerd op het grotere gemak bij de behandeling van grotendeels capacitieve componenten. In deze paragraaf gaat het ons om het reële deel van het vermogen, zodat geen moeilijkheden te verwachten zijn bij de interpretatie van de resultaten, van welk standpunt men ook uitgaat.

Als $\mathbf{U}$ en $\mathbf{I}$ door $\mathbf{I} = \mathbf{Y}\mathbf{U} = (G + \mathrm{j}B)\mathbf{U}$ verbonden zijn, geldt

$$\mathrm{Re}[\mathbf{P}] = \tfrac{1}{2}\mathrm{Re}[|\mathbf{U}|^2(G + \mathrm{j}B)] = \tfrac{1}{2}|\mathbf{U}|^2 G \tag{3.26}$$

Hieruit volgt dat als een eenpoort kan oscilleren bij aansluiting op een passief netwerk, het in staat moet zijn om een netto-vermogen te leveren, zodat $G < 0$, al één belangrijke beperking voorstelt. Als $G < 0$, is het mogelijk om een oscillator te construeren volgens het in fig. 3.14 getekende schema; bij deze configuratie wordt de admittantie van het passieve deel precies gelijk gemaakt aan de negatieve admittantiewaarde van de actieve eenpoort bij de gewenste oscillatiefrequentie, ω_0. Deze voorwaarde garandeert dat $\mathrm{s} = +\mathrm{j}\omega_0$ en $\mathrm{s} = -\mathrm{j}\omega_0$ eigenfrequenties van de schakeling zullen zijn (ofschoon er daarnaast natuurlijk nog andere kunnen optreden). Voor alle bekende actieve eenpoorten geldt een *eindig* frequentiebereik $\mathrm{s} = \mathrm{j}\omega$ waarover $G < 0$. Nemen we als specifiek voorbeeld het in fig. 3.15 afgebeelde eenpoortmodel, waarin r, g, $C > 0$, dan levert dit:

$$G = \frac{-g(1 - rg) + \omega^2 rC^2}{(1 - rg)^2 + (\omega rC)^2} \tag{3.27}$$

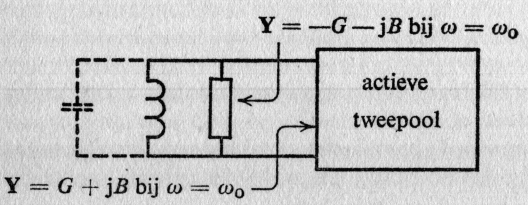


Fig. 3.14. Actief eenpoortnetwerk (tweepool), dat zo aangesloten is, dat het een eigenfrequentie heeft bij $\mathrm{s} = \mathrm{j}\omega_0$, aangenomen dat $G < 0$.

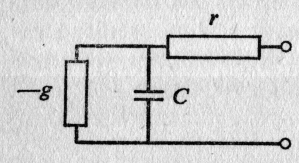


Fig. 3.15. Model voor een hypothetische actieve eenpoort; $\omega^2_{\max} = g(1 - rg)/rC^2$ als $-rg < 1$ (r, g en C worden positief verondersteld).

zodat

$$G < 0 \quad \text{alleen als} \quad \omega^2 < \frac{g(1 - rg)}{rC^2}, \quad \text{en} \quad rg < 1$$

Voor een actieve tweepoort, bijvoorbeeld een transistor, zijn de voorwaarden voor oscillatie lastiger af te leiden, al is de werkwijze in beginsel dezelfde. Ook nu moet gelden $\mathrm{Re}[\mathbf{P}] < 0$, maar $\mathbf{P}$ is nu de som van de vermogens welke door de *twee* poorten worden geabsorbeerd, met andere woorden als $\mathbf{U}_1$, $\mathbf{U}_2$, $\mathbf{I}_1$ en $\mathbf{I}_2$ de spanningen en stromen van de beide poorten voorstellen, is voor oscillatie nodig dat:

$$2\mathrm{Re}[\mathbf{P}] = \mathrm{Re}[\mathbf{U}_1{}^*\mathbf{I}_1 + \mathbf{U}_2{}^*\mathbf{I}_2] < 0 \tag{3.28}$$

Het ligt voor de hand dat we $\mathrm{Re}[\mathbf{P}]$ tot op zekere hoogte kunnen beheersen doordat we de verhouding $|\mathbf{U}_2/\mathbf{U}_1|$ en de fasehoek tussen $\mathbf{U}_2$ en $\mathbf{U}_1$ kunnen variëren. Om oscillatie *mogelijk* te maken moeten er uiteraard een zekere keuze van deze verhouding en hoek bestaan die in $\mathrm{Re}[\mathbf{P}] < 0$ resulteert. Onze opgave is nu om de voorwaarden te vinden waaronder dit mogelijk is.

Het meest praktische is om de voorwaarden voor mogelijke oscillatie in de h-parameters af te leiden. Nemen we om precies te zijn aan dat de tweepoort wordt voorgesteld door:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_1 &= \mathbf{h}_\mathrm{i}\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_\mathrm{r}\mathbf{U}_2 \\ \mathbf{I}_2 &= \mathbf{h}_\mathrm{f}\mathbf{I}_1 + \mathbf{h}_\mathrm{o}\mathbf{U}_2 \end{aligned} \tag{3.29}$$

dan wordt P gegeven door

$$\begin{aligned} 2\mathbf{P} &= \mathbf{U}_1{}^*\mathbf{I}_1 + \mathbf{U}_2{}^*\mathbf{I}_2 \\ &= (\mathbf{h}_\mathrm{i}{}^*|\mathbf{I}_1|^2 + \mathbf{h}_\mathrm{r}{}^*\mathbf{U}_2{}^*\mathbf{I}_1) + (\mathbf{h}_\mathrm{f}\mathbf{I}_1\mathbf{U}_2{}^* + \mathbf{h}_\mathrm{o}|\mathbf{U}_2|^2) \end{aligned} \tag{3.30}$$

We kunnen $\mathrm{Re}[\mathbf{P}] \equiv P_\mathrm{R}$ dan in de volgende vorm gieten:

$$\frac{2P_\mathrm{R}}{|\mathbf{U}_2\mathbf{I}_1|} = (h_{\mathrm{iR}}a^{-1} + h_{\mathrm{oR}}a) + \mathrm{Re}[(\mathbf{h}_\mathrm{r}{}^* + \mathbf{h}_\mathrm{f})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\alpha}] \tag{3.31}$$

waarin de index R betekent 'het reële deel van' (dus $P_\mathrm{R} = \mathrm{Re}[\mathbf{P}]$) en $\mathbf{U}_2/\mathbf{I}_1 \equiv a\mathrm{e}^{\mathrm{j}\alpha}$, $a > 0$.

De vraag is nu of we een mogelijke keuze van a en α in (3.31) kunnen bepalen die tot een negatief reëel deel van $\mathbf{P}$ leidt. Merk allereerst op dat de tweede term tussen haken in (3.31) een vaste absolute waarde heeft, maar een fase die we naar wens kunnen instellen door de hoek α te variëren. De meest negatieve waarde welke het reële deel van deze term mogelijk kan aannemen, is $|\mathbf{h}_\mathrm{r}{}^* + \mathbf{h}_\mathrm{f}|$. Voor $P_\mathrm{R} < 0$ kan de eerste term tussen haken in (3.31) dus niet positiever zijn dan $|\mathbf{h}_\mathrm{r}{}^* + \mathbf{h}_\mathrm{f}|$. Indien hetzij h_{iR} of h_{oR} negatief is kunnen we de eerste term natuurlijk altijd negatief maken voor a ofwel zeer klein, ofwel zeer groot te maken. Het meest interessante aspect is echter de berekening van de oscillatievoorwaarden als h_{iR} en h_{oR} beide positief zijn. In dit geval maken we de absolute waarde van de eerste term is (3.31) zo klein mogelijk door $a = |\sqrt{h_{\mathrm{iR}}/h_{\mathrm{oR}}}|$ te kiezen, dus

$$\frac{2P_R}{|U_2I_1|}_{\text{meest neg.}} = 2\left[\sqrt{h_{iR}h_{oR}}\right] - |\mathbf{h}_r^* + \mathbf{h}_f| \tag{3.32}$$

Samenvattend kunnen we zeggen dat er drie voorwaarden zijn die *elk apart* voldoende zijn om P_R voor een zekere keuze van a en α negatief te kunnen maken:

1. $h_{iR} < 0$;
2. $h_{oR} < 0$; (3.33)
3. $|\mathbf{h}_f + \mathbf{h}_r^*|^2 > 4|h_{iR}h_{oR}|$

De voorwaarden van (3.33) zijn belangrijke resultaten van onze analyse, zoals uit de volgende interpretatie zal blijken. (1) is de voor de hand liggende voorwaarde dat als de ingangsimpedantie bij kortgesloten uitgang een negatief reëel deel heeft, een oscillator van het in fig. 3.14 afgebeelde type mogelijk is. Evenzo zegt voorwaarde (2) dat als $h_{oR} < 0$, een over poort 2 aangesloten passieve schakeling oscillaties kan leveren (als in dit geval poort 1 niet-aangesloten is).

Voorwaarde (3) in (3.33) is karakteristiek voor tweepoorten, en verlangt enige nadere toelichting. Om te beginnen is het praktisch om deze voorwaarde in een enigszins andere vorm te schrijven met behulp van de algemene notatie $\mathbf{h} = h_R + jh_I$. Merk op dat als:

$$|\mathbf{h}_f + \mathbf{h}_r^*|^2 > 4h_{iR}h_{oR} \quad \text{voor} \quad h_{iR}h_{oR} \geqq 0 \tag{3.34}$$

de optelling van $4h_{fI}h_{rI}$ aan weerskanten (3.34) het volgende resultaat levert:

$$|\mathbf{h}_f + \mathbf{h}_r|^2 > 4[h_{iR}h_{oR} + h_{fI}h_{rI}]$$

ofwel

$$U_h > 1 \quad \text{waarin} \quad U_h = \frac{|\mathbf{h}_f + \mathbf{h}_r|^2}{4[h_{iR}h_{oR} + h_{fI}h_{rI}]} \tag{3.35}$$

P_R kan dus minder dan nul zijn als h_{iR} en h_{oR} niet negatief zijn als, en alleen als $U_h > 1$, waarin voor U_h de definitie van (3.35) geldt. We kunnen de parameter ook in y-parameters uitdrukken door middel van de gelijkheden

$$\mathbf{h}_f + \mathbf{h}_r = \frac{\mathbf{y}_f - \mathbf{y}_r}{y_i}$$

$$h_{iR}h_{oR} + h_{fI}h_{rI} = |\mathbf{y}_i|^{-2}[y_{iR}y_{oR} - y_{fR}y_{rR}]$$

hetgeen levert

$$U_h = \frac{|\mathbf{y}_f - \mathbf{y}_r|^2}{4[y_{iR}y_{oR} - y_{fR}y_{rR}]} \tag{3.36}$$

Voldoet de tweepoort aan de reciprociteitsvoorwaarde, dan blijkt uit (3.36) dat $\mathbf{y}_f = \mathbf{y}_r$ en $U_h = 0$. U_h is dus alleen niet nul bij *niet-reciproke* tweepoorten. In het geval van

reciprociteit is de enige mogelijkheid om oscillaties in de tweepoort op te wekken misschien nog om een negatief reëel deel van de admittantie (en impedantie) bij een van de uitgangsklemmenparen te vinden met het andere uitgangspaar niet-aangesloten of kortgesloten (dat wil zeggen er moet ofwel gelden $h_{iR} < 0$ of $h_{oR} < 0$). Als echter voor een zekere frequentie ω_0, $U_h > 1$ is, bestaat, zoals hierboven is gebleken, de mogelijkheid om bij die frequentie een netto-vermogen aan de tweepoort te onttrekken, ook al hebben $\mathbf{h}_i$ en $\mathbf{h}_o$ (en $\mathbf{y}_i$ en $\mathbf{y}_o$) positieve reële delen. Bij die frequentie moeten we dus een versterker kunnen construeren die een vermogensversterking levert (die meer vermogen aan de uitgang afgeeft dan aan de ingang wordt ontvangen). Een dergelijke versterker moet dan ook in (tenminste) het eigen ingangsvermogen kunnen voorzien door een terugkoppeling van uitgang naar ingang toe te passen. Volgens dit beginsel moeten we dus als $U_h \geqq 1$ bij $s = \pm j\omega_0$ een oscillator kunnen construeren door de uitgang met een geschikte faseverschuiving naar de ingang terug te koppelen, waarbij geschikte extra netwerkelementen worden gebruikt om de impedanties zo in te stellen dat een maximale vermogensoverdracht van uitgang naar ingang wordt verkregen. Fig. 3.16 geeft een beeld van deze con-

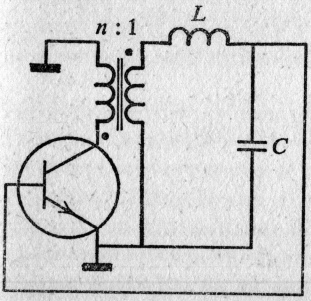


Fig. 3.16. Oscillator met terugkoppeling door transformator, om oscillaties op te wekken bij $s = j\omega_{max}$.

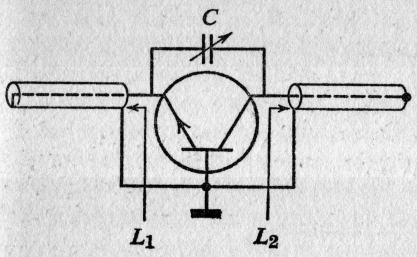


Fig. 3.17. Transformatorloze versie van fig. 3.16, waarin korte transmissielijnen als hoogfrequent zelfinducties (of condensators) zijn gebruikt.

figuratie, fig. 3.17 stelt een alternatieve oscilerende schakeling voor. De reactanties L_1, L_2 en C leveren in dit geval zowel de faseverschoven terugkoppeling als de aanpassing van de impedantie voor maximale vermogensoverdracht.

In het algemeen is de parameter U_h voor een gegeven actief schakelingsmodel, zoals dat van een transistor bij een voorgeschreven voorspanning, een functie van de frequentie. Dikwijls is $U_h(\omega) > 1$ bij bepaalde frequenties, en bij andere weer $U_h(\omega) < 1$. In veel gevallen (met name transistors) is $U_h(\omega) > 1$ bij lage frequenties, om bij hogere frequenties gestadig af te vallen. Er geldt dan een ω_{max} die voldoet aan

$$U_h(\omega_{max}) = 1 \tag{3.37a}$$

$$U_h(\omega) > 1 \quad \text{voor} \quad \omega < \omega_{max} \tag{3.37b}$$

$$U_h(\omega) < 1 \quad \text{voor} \quad \omega > \omega_{max} \tag{3.37c}$$

In deze gevallen is ω_{max} dus de hoogste frequentie waarbij $U_h > 1$, en als zodanig de maximale frequentie ω waarbij de transistor onder de gegeven voorspanningsomstandigheden nog een durende oscillatie kan vertonen, ongeacht de combinaties van R's, L's, C's en transformators welke verder nog deel uitmaken van de schakeling.

Men kan zelfs voor een gegeven tweepoort aantonen dat de waarde van de parameter U_h volkomen onafhankelijk is van de combinatie van L's, C's en ideale transformators (dat wil zeggen *willekeurige verliesloze, reciproke elementen*) welke met de transistor tezamen een nieuwe tweepoort kunnen leveren.

Aan de hand van dit gegeven kunnen we U_h als volgt interpreteren. Elke willekeurige tweepoort kan voor een gegeven frequentie ω door middel van verliesloze, reciproke netwerkelementen unilateraal worden gemaakt. In fig. 3.18 is een dergelijke opstelling getekend om de $\mathbf{y_r}$ van het gegeven netwerk uit te schakelen, en zo een nieuwe tweepoort te verwezenlijken met $\mathbf{y_r}' = 0$. De susceptantie jB wordt gebruikt om de fasehoek van de uitgangsstroomresponsie aan te passen aan een op de uitgangsklemmen aangelegde spanning, met de ingang kortgesloten. De absolute waarde en het teken van de wikkelverhouding m worden gebruikt om de absolute waarde en de fase van de teruggevoerde stroom aan te passen, zodat deze precies tegengesteld wordt aan de $\mathbf{y_r}$ van de gegeven tweepoort. Merk op dat voor deze opstelling $y_{oR}' = y_{oR}$. Voor het speciale geval dat $\mathbf{y_r}' = 0$ wordt U_h gegeven door

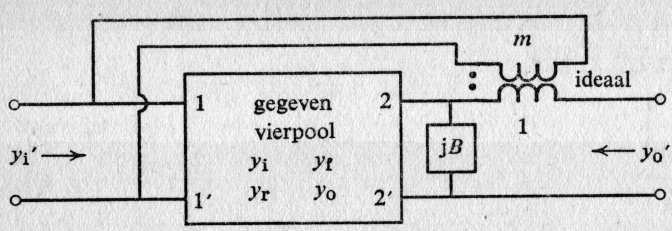


Fig. 3.18. Methode om een tweepoort unilateraal te maken door middel van verliesloze reciproke elementen ($\mathbf{y_r}' = 0$). Merk op dat $\mathrm{Re}[y_o'] = \mathrm{Re}[y_o]$.

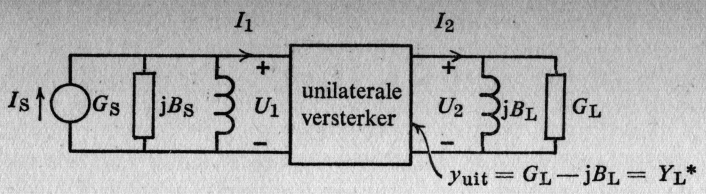


Fig. 3.19. Versterker met paarsgewijze aangepaste belastingsimpedanties.

$$U_h = \frac{|y_f'|^2}{4y_{iR}'y_{oR}'} \tag{3.38}$$

We kunnen U_h in (3.38) interpreteren als de 'vermogensversterking' van de *unilaterale* versterker met een tegengekoppelde aangepaste belastingsadmittantie, zoals in fig. 3.19 in beeld is gebracht. De vermogensversterking waar het ons hier om gaat is gedefinieerd als het uitgangsvermogen per eenheid ingangsvermogen (beide voor kleine signalen):

$$G_p = \frac{\mathrm{Re}[U_2{}^*I_1]}{\mathrm{Re}[U_1{}^*I_1]} = \left|\frac{U_2}{U_1}\right|^2 \frac{G_L}{y_{iR}'} = \left|\frac{y_f'}{y_o' + Y_L}\right|^2 \frac{G_L}{y_{iR}'} \tag{3.39}$$

en voor een belasting met een aangepaste tegenkoppeling:

$$G_p = G_p(\max) = \frac{|y_f'|^2}{4y_{iR}'y_{oR}'}$$

voor

$$Y_L = y_o'^* \tag{3.40}$$

Bij vergelijking van (3.40) met (3.38) blijkt dat voor het speciale geval dat $y_r' = 0$, U_h precies gelijk is aan de maximale beschikbare vermogensversterking. Hieruit blijkt dus waarom U_h de 'unilaterale versterking' van de transistor wordt genoemd, maar we willen er de nadruk op leggen dat de maximale vermogensversterking dan door *uitsluitend verliesloze, reciproke* elementen bewerkstelligd moet worden. Zou het oorspronkelijke netwerk door middel van elementen met verliezen of niet-reciproke elementen unilateraal worden gemaakt, dan kan de versterking van het zo verkregen *unilaterale* geheel zowel *groter* als *kleiner* zijn dan U_h !

Verder is in het bovenstaande geheel van een gegeven transistor plus verliesloze reciproke netwerkelementen (wel een verliesloze, reciproke 'omgeving' genoemd), ook de verandering inbegrepen van de gekozen ingangs- en uitgangsklemmenparen om een nieuwe tweepoort te maken van het netwerk met de drie aansluitingen (deze keuze wordt mogelijk gemaakt door het gebruik van ideale transformators). Voor een gegeven transistor bij gegeven voorspanningsomstandigheden is bijvoorbeeld U_h voor de gemeenschappelijke-basis-, gemeenschappelijke-emitter en gemeenschappelijke-collectorconfiguraties precies gelijk.

Evenzo is de maximale oscillatiefrequentie ω_{max} van een transistor karakteristiek voor die transistor en de voorspanningsomstandigheden. De schakeling van fig. 3.17 is bijzonder goed geschikt voor de meting van ω_{max} door L_1, L_2 en C zo in te stellen dat een zo hoog mogelijke oscillatiefrequentie wordt verkregen (in sommige gevallen moet men hiertoe L- en C-elementen verwisselen). Merk op dat voor het bereiken van de maximale oscillatiefrequentie normaliter tenminste drie passieve componenten nodig zijn, die de vereiste aanpassing van de tegengekoppelde impedantie moeten leveren, alsmede de juiste fase van het tegengekoppelde signaal. Dit resultaat is in overeenstemming met het feit dat een willekeurige, verliesloze reciproke tweepoort bij een enkele frequentie $s = j\omega$ door drie parameters kan worden beschreven (bijvoorbeeld y_{iI}, y_{oI} en $y_{rI} = y_{fI}$).

Voor het model van fig. 3.7 kunnen we gemakkelijk de karakteristiek van de maximale oscillatiefrequentie berekenen, als de voorspanningsomstandigheden bekend zijn. Om te beginnen kunnen de extrinsieke capaciteiten C_{be}, C_{ce} en C_{bc} alle uitgeschakeld worden door ze met aangepaste inductantiewaarden te laten resoneren. Met andere woorden, deze capaciteiten zullen geen invloed uitoefenen op de unilaterale vermogensversterking $U_h(\omega)$, omdat U_h niet wordt beïnvloed door een verliesloze, reciproke 'omgeving'. Verder zullen g_π, g_o en g_μ bij voldoende hoge frequentie de beschikbare vermogensversterking slechts in zeer geringe mate beïnvloeden, zodat ze naar alle waarschijnlijkheid bij de berekening van ω_{max} verwaarloosd mogen worden. (We moeten deze veronderstelling wel controleren nadat ω_{max} bepaald is.) Het gaat ons nu dus om de berekening van de maximale oscillatiefrequentie van het in fig. 3.20 afgebeelde model. De oplossing ervan wordt algebraïsch gezien het eenvoudigst als we met de **h**-parameters van de gemeenschappelijke-emitterconfiguratie werken, die als volgt gedefinieerd zijn:

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_i &= r_x + \frac{1}{s(C_\pi + C_\mu)} \\ \mathbf{h}_r &= \frac{C_\mu}{C_\pi + C_\mu} \\ \mathbf{h}_f &= \frac{g_m}{s(C_\pi + C_\mu)} - \frac{C_\mu}{C_\mu + C_\pi} \end{aligned} \tag{3.41}$$

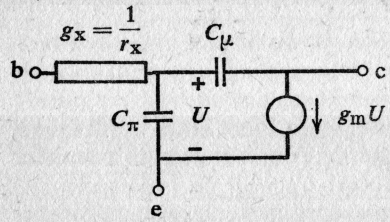


Fig. 3.20. Transistormodel voor de berekening van ω_{max}.

$$\mathbf{h}_o = \frac{C_\mu}{C_\mu + C_\pi}(g_m + sC_\pi)$$

Dit levert voor U_h bij $s = j\omega$:

$$U_h = \frac{|\mathbf{h}_f + \mathbf{h}_r|^2}{4[h_{iR}h_{oR} + h_{fI}h_{rI}]} = \frac{|g_m/(C_\pi + C_\mu)\omega|^2}{4r_x g_m C_\mu/(C_\pi + C_\mu)} = \left(\frac{\omega_{max}}{\omega}\right)^2 \tag{3.42}$$

waarin:

$$\omega_{max}^2 = \frac{g_m}{4r_x C_\mu(C_\pi + C_\mu)} \tag{3.43}$$

Voor $\omega^2 < \omega_{max}^2$ geldt $U_h > 1$, zodat oscillaties mogelijk zijn, maar let er op dat de onbeperkte toeneming van U_h bij frequenties ver beneden ω_{max} welke door (3.42) wordt voorspeld niet klopt, vanwege de hoogfrequent-veronderstellingen waarop het model van fig. 3.20 op is gebaseerd. In werkelijkheid blijkt U_h bij lage frequenties tot een grote constante waarde te naderen, die gemakkelijk uit de laagfrequente vorm van fig. 3.7 kan worden berekend. Wel leveren (3.41) en 3.42) een juiste voorspelling van het feit dat voor $\omega^2 > \omega_{max}^2$, $U_h < 1$ en h_{oR} en $h_{iR} > 0$. Er bestaat in dit geval dus geen mogelijkheid voor een nuttige vermogensversterking, en hetzelfde geldt voor zelfbekrachtigende oscillaties. ω_{max} stelt dus een belangrijke begrenzing voor, die zelfs door het knapste schakelingsontwerp niet kan worden vermeden.

Bij vergelijking van (3.43) en (3.14) blijkt dat in het algemeen geldt:

$$\omega_{max}^2 > \tfrac{1}{4}\omega_U\omega_T \tag{3.44a}$$

terwijl voor de gebruikelijke situatie dat:

$$g_m \gg g_x \gg g_\pi \quad \text{en} \quad C_\pi + C_\mu \gg C_{be} + C_{bc}$$

geldt

$$\omega_{max}^2 \approx \tfrac{1}{4}\omega_U\omega_T \tag{3.44b}$$

Samenvattend kunnen we zeggen dat de maximale oscillatiefrequentie ω_{max} bij benadering de helft van het gemiddelde van ω_T en ω_U is (behalve bij lage instelstromen waarvoor g_m en C_π klein zijn), zodat dit gemiddelde de betekenis krijgt van een *uiterste bandbreedtelimiet*. Onder geen enkele omstandigheid kan enige transistorversterker een vermogensversterking van ingang naar uitgang leveren die groter dan 1 is voor $\omega \geqq \omega_{max}$. Dit is een echte begrenzing van ω_h, en niet eenvoudig een beperking van het versterkings-bandbreedteprodukt of van de versterking-per-vertraging.

Om een zo goed mogelijk inzicht te krijgen in de betekenis van de ω_{max}-limiet is het nuttig om enkele gemeenschappelijke-emittervoorbeelden welke al eerder zijn behandeld nog eens nader te bezien. Laten we als eerste het geval van de versterker met identieke in cascade geschakelde trappen nemen, waarbij de ingangsimpedantie van elke trap per

definitie gelijk is aan de belastingsimpedantie ervan (beide worden verondersteld passief te zijn). $\mathbf{A}_u$ en $\mathbf{A}_i$ zijn dan gelijk, en we nemen aan dat ze dezelfde tweepolige responsies hebben als in (3.4):

$$\mathbf{A}_u = \mathbf{A}_i = \mathbf{A} = \frac{\mathrm{s}}{c_0 + c_1\mathrm{s} + c_2\mathrm{s}^2} \tag{3.45}$$

waarin $A(\max) = A_0 = 1/c_1$ bij $\omega^2 = \omega_0{}^2 = c_0/c_2$ en $A_0\,(\omega_h - \omega_l) = 1/c_2$. Door de onderstelde gelijkheid van de trappen, wordt de vermogensversterking *per trap* (voor $\mathrm{s} = j\omega$) gegeven door:

$$G_P = |\mathbf{A}|^2 = \frac{\omega^2}{(c_0 - c_2\omega^2)^2 + (c_1\omega)^2} \tag{3.46}$$

De eis dat de vermogensversterking van deze hele trap de bregenzing van de transistor niet overtreft, dat wil zeggen $G_P \leqq 1$ voor $\omega^2 \geqq \omega_{max}{}^2$, betekent nu een belangrijke snelheidsbegrenzing van het geheel. Er geldt dan:

$$\omega_{max}{}^2 \leqq (c_1\omega_{max})^2 + (c_0 - c_2\omega_{max}{}^2)^2 \tag{3.47}$$

ofwel met behulp van de in (3.45) gegeven betrekkingen:

$$A_0{}^2 - 1 \leqq \left(\frac{\omega_{max}}{\omega_h - \omega_l}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{\omega_0}{\omega_{max}}\right)^2\right] \tag{3.48}$$

In het gebruikelijke geval dat $A_0{}^2 \gg 1$ en $\omega_0{}^2 \ll 1\,\omega_{max}{}^2$ wordt (3.48) vereenvoudigd tot de bekende vorm:

$$A_0(\omega_h - \omega_l) < \omega_{max} \tag{3.49}$$

In het speciale geval van een responsie met een enkel poolpaar, zoals die door (3.45) wordt voorgesteld, kan het het produkt van de midbandspannings- of -stroomversterking maal de —3dB-bandbreedte nooit groter zijn dan ω_{max}.

Merk op dat de in par. 3.2.4 behandelde geneutraliseerde versterker een begrenzing van het versterkings-bandbreedteprodukt leverde van:

$$|A_0|\,(\omega_h - \omega_l) \leqq \tfrac{1}{2}\,[\sqrt{\omega_T{}^{-1}\omega_U{}^{-1}} + \omega_R{}^{-1}]^{-1}$$

maar dat voor het typische geval dat $\omega_T{}^{-1}\omega_U{}^{-1} \gg \omega_R{}^{-2}$ en $\omega_{max}{}^2 \approx \omega_T\omega_U/4$ [zie (3.44b)] geldt:

$$A_0(\omega_h - \omega_l) < \tfrac{1}{2}\,|\sqrt{\omega_T\omega_U}| \approx \omega_{max} \tag{3.50}$$

Uit (3.50) blijkt dat de gemeenschappelijke-emitterversterker van fig. 3.11 bij typische parameterwaarden bijna 'optimale' prestaties kan leveren. Wordt ω_h echter vergelijkbaar met ω_{max}, dan legt (3.48) grotere beperkingen op dan eerder zijn afgeleid.

Als tweede voorbeeld van de snelheidsbegrenzingen die ω_{max} met zich meebrengt zullen we het geval beschouwen van een brede-bandversterker met verwaarloosbaar 'doorschie-

ten'. Normaliter heeft een dergelijke versterker een groot aantal bijna gelijke polen; de versterking kan worden benaderd door een verdelingsfunctie volgens Gausse: $|\mathbf{A}| \approx |A_0| e^{-a\omega^2}$. Een interessante vraag is nu welke versterkings-bandbreedtebegrenzingen voor dit responsietype gelden. Het ligt voor de hand dat hoe groter de versterking is, hoe kleiner de bandbreedte moet zijn, om te zorgen dat de vermogensversterking voor $\omega > \omega_{max}$ minder dan 1 blijft. Eenvoudigheidshalve nemen we aan dat de versterker resistieve ingangs- en uitgangsimpedanties heeft, en dat de stroomversterking $\mathbf{A}_i$ en spanningsversterking $\mathbf{A}_u$ ervan bij een aangepaste belasting worden voorgesteld door:

$$\begin{aligned} |\mathbf{A}_u| &= |A_{u0}| e^{-a\omega^2} \\ |\mathbf{A}_i| &= |A_{i0}| e^{-a\omega^2} \end{aligned} \tag{3.51}$$

De vermogensversterking wordt voor het geval van resistieve ingangsimpedantie en aangepaste resistieve uitgangsimpedantie gegeven door:

$$G_P = |\mathbf{A}_u \mathbf{A}_i| \tag{3.52}$$

Dit leidt tot de volgende snelheidsbegrenzing:

$$|A_{u0} A_{i0}| e^{-2a\omega^2} \leqq 1 \quad \text{voor} \quad \omega^2 \geqq \omega_{max}^2 \tag{3.53}$$

Door gebruik te maken van het feit dat:

$$2a = \omega_h^{-2} \ln 2 \tag{3.54}$$

kunnen we (3.53) vereenvoudigen tot

$$\omega_h^2 \ln |A_{u0} A_{i0}| \leqq \omega_{max}^2 \ln 2 \tag{3.55}$$

(3.55) levert een versterkings-bandbreedtebegrenzing die een interessante fysische interpretatie heeft. Als van een unilaterale versterker die uit een aantal identieke trappen is opgebouwd, A_{01} de laagfrequent spannings- en stroomversterking per trap voorstelt, wordt voor dit algemene type de versterking voor n trappen gegeven door A_{01}^n. Verder is de bandbreedte voor n trappen bij benadering $\omega_{h1}/\sqrt{n}$ als ω_{h1} de bandbreedte van één trap voorstelt. Dit levert ons:

$$\omega_h^2 \ln |A_{u0} A_{i0}| = \frac{\omega_{h1}^2}{n} \ln A_{01}^{2n} = \omega_{h1}^2 \ln A_{01}^2 \tag{3.56}$$

Het produkt van de logaritme van de vermogensversterking maal de bandbreedte in het kwadraat wordt dus door het in cascade schakelen niet veranderd. Willen we de totale versterker de grootst mogelijk waarden van dit produkt geven, dan is het dus alleen nodig om de waarde ervan voor de aparte trappen maximaal te maken.

Laten we als specifiek voorbeeld hiervan identieke, unilaterale trappen aannemen welke in cascade worden geschakeld om een totale versterking te leveren van $A_{u0} = A_{i0} = A_0$, met een Gauss-achtige frequentieresponsie. Normaliter zullen de afzonderlijke trappen

eenpolige responsie vertonen ($\omega_1 = 0$) met een begrenzing van het versterkings-bandbreedteprodukt van de vorm [zie (3.22) e.v.]:

$$A_{01}\omega_{h1} = \tau_{min}^{-1} \tag{3.57}$$

Voor het maximaal maken van ω_h is in dit geval nodig dat $A_{01}^2 = e$, ofwel

$$\omega_{h1}^2 \ln A_{01}^2\Big|_{max} = \tau_{min}^{-2} \frac{\ln A_{01}^2}{A_{01}^2}\Big|_{max} = \tau_{min}^{-2} e^{-1} \quad (\text{voor } A_{01}^2 = e) \tag{3.58}$$

Indien $\tau_{min}^{-2}(e \ln 2)^{-1}$ niet veel kleiner is dan ω_{max}^2, ligt ω_h nabij het door (3.55) gegeven maximum.

Als het werkpunt van de transistor zo wordt gekozen dat een maximale snelheid wordt verkregen, geldt normaliter $\tau_{min}^{-1} \approx \omega_{max}$ [zie (3.50)], terwijl in cascade geschakelde trappen dan bijna-maximale waarden van $\omega_{h1}^2 \ln A_0^2$ leveren. Voor sommige transistors of ook bij lage instelstromen is τ_{min}^{-1} echter veel kleiner dan ω_{max}. In dat geval kunnen versterkers zonder cascadeschakeling, bijvoorbeeld de 'verdeelde' versterker, betere perspectieven bieden. Fig. 3.21 geeft een beeld van een typische verdeelde versterker, het betreft hier een schakeling die in de vorm van een vertragingslijn is opgebouwd. Deze opzet maakt het mogelijk om de vertraging tegen versterking uit te wisselen, voor het geval dat zowel spannings- als stroomversterking vereist worden. In de ideale situatie verloopt het ingangssignaal via de basisvertragingslijn (dat wil zeggen L_1 en C_1), waardoor een verandering in de tijdsvolgorde van de collectorstromen wordt verkregen. Deze stromen worden vervolgens door een collectorvertragingslijn (dat wil zeggen L_2 en C_2) opgeteld, waardoor de tijdsamenhang van het signaal wordt hersteld. Ook bij dit schakelingstype is men uiteraard gebonden aan de ω_{max}-begrenzing [zie (3.55)].

Samenvattend kunnen we zeggen dat (3.55) een belangrijke en dikwijls bijna bereikbare bovengrens van de gelijktijdig realiseerbare versterking en bandbreedte voorstelt. Voor

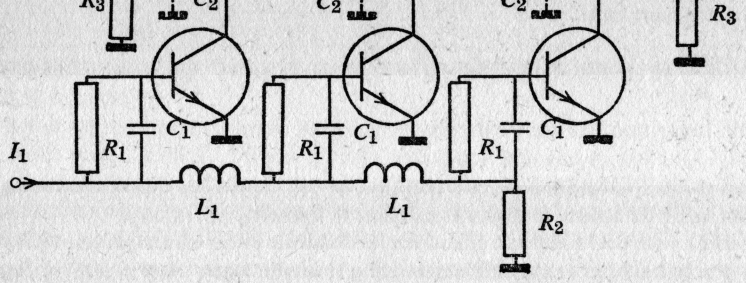


Fig. 3.21. Vereenvoudigde verdeelde versterker met drie trappen.

$\omega_h \ll \omega_{max}$ is de limiet van (3.55) echter vrijwel zinloos: in het geval dat $\omega_h = 0{,}1\omega_{max}$ zou de theoretische versterkingslimiet bijvoorbeeld meer dan 600 dB bedragen! Merk op dat als we ons niet tot een Gauss-achtige responsie beperken, de enige werkelijke bandbreedtebegrenzing voor versterkers met grote versterkingsfactoren wordt geleverd door $\omega_h < \omega_{max}$, maar om ω_h-waarden te bereiken die dicht bij ω_{max} liggen zouden we genoegen moeten nemen met een zeer snelle daling van de versterking met de frequentie voor $\omega > \omega_h$. Dit houdt weer een betrekkelijk ingewikkelde configuratie van transistors, L's en C's in, alsmede een stapresponsie die een aanzienlijke mate van doorschieten vertoont.

3.3.3. *Door σ_{max} opgelegde snelheidsbeperkingen*

In veel situaties die van praktisch belang zijn worden door goed bruikbare en nauwkeurige transistormodellen ofwel oneindige, ofwel onredelijk grote ω_{max}-waarden voorspeld. Fig. 3.22 geeft bijvoorbeeld een transistormodel dat voor transistors bij frequenties beneden ca. $\omega_b = (g_x + g_\pi)/(C_\pi + C_\mu)$ of voor wat hogere frequenties bij gebruik van een serie-emitterweerstand, zeer nauwkeurige voorspellingen levert, maar de erdoor voorspelde ω_{max}-waarde is oneindig, omdat alle capaciteiten door zelfinducties kunnen worden uitgeschakeld, waardoor een van de frequentie onafhankelijk vervangingsschema overblijft met, naar we mogen aannemen, een vermogensversterking die groter is dan 1. Wel levert het model eindige ω_T- en ω_U-waarden, wat het interessant maakt om na te gaan of de door ω_T en ω_U opgelegde gemeenschappelijke-emitterbegrenzingen misschien door de toepassing van een andere schakelingsconfiguratie kunnen worden vermeden, of dat er een andere fundamentele begrenzing geldt. Merk op dat hiervoor een belangrijke begrenzing ten aanzien van de *vertraging* (of faseverschuiving) kan bestaan, ook al hoeft er geen *bandbreedtelimiet* op te treden. Wordt deze transistor bijvoorbeeld in een terugkoppelingsversterker gebruikt, dan kan de faseverschuiving in het geval van een grote lusversterking tot stabiliteitsproblemen leiden. De vraag die ons interesseert is nu of deze faseverschuiving onvermijdelijk is, of dat zij precies als de ongewenste 'terug-

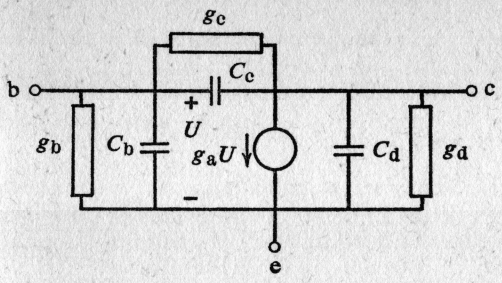


Fig. 3.22. Nuttig transistormodel voor lage instelstroomsterkten en/of lage tot matig hoge frequenties.

koppelingsaspecten' van C_μ door een geschikt schakelingsontwerp kan worden opgeheven.

Eén uitgangspunt voor de berekening van de snelheidsbegrenzingen van de transistor in fig. 3.22 is om gebruik te maken van het feit dat de maximale oscillatiefrequentie niet beperkt hoeft te zijn tot $s = j\omega$, maar dat deze bijvoorbeeld ook kan worden toegepast in het geval dat $s = \sigma$. We kunnen dus zowel een σ_{max} als een ω_{max} berekenen, waarbij de analoge beperking geldt dat de vermogensversterking voor $\sigma > \sigma_{max}$ kleiner dan 1 moet zijn.

Voor $s = \sigma > 0$ moeten alle positieve zelfinducties en condensators positieve, reële admittanties hebben, zodat het model van fig. 3.22 dan zuiver resistief wordt. Als we de totale geabsorbeerde energie berekenen en de omstandigheden bepalen waaronder een *netto*-uitgangsvermogen geleverd kan worden, mogen we ook in dit geval de eerder afgeleide voorwaarden van (3.33) toepassen. Vooral belangrijk is hierbij dat een netto-uitgangsvermogen, bij h_{iR} en h_{oR} positief, alleen mogelijk is indien $U_h > 1$, waarin U_h overeenkomt met de in (3.35) en (3.36) gegeven definitie. Natuurlijk geldt als $s = \sigma$, dat $y_R = \mathbf{y}$ en $h_R = \mathbf{h}$, zodat de restrictie 'het reële deel van' overbodig is, zij het niet onjuist. Voor transistormodellen blijkt doorgaans dat als $s = \sigma > 0$, h_{iR} en $h_{oR} > 0$ en $U_h > 1$ uitsluitend geldt voor een σ die kleiner is dan een kritische waarde, die we σ_{max} zullen noemen. Naar analogie van (3.37) kunnen we dit schrijven als:

$$U_h(\sigma_{max}) = 1 \tag{3.59a}$$

$$U_h(\sigma) > 1 \quad \text{voor} \quad \sigma < \sigma_{max} \tag{3.59b}$$

$$U_h(\sigma) < 1 \quad \text{voor} \quad \sigma > \sigma_{max} \tag{3.59c}$$

Als voorbeeld van de berekening van σ_{max} zullen we het transistormodel van fig. 3.22 nemen, met de bijkomende veronderstelling dat we voor $s = \sigma_{max}$ de volgende benaderingen mogen invoeren: $s(C_b + C_e) \gg g_b + g_c$, $sC_c \gg g_c$ en $s(C_c + C_d) \gg g_c + g_d$. Er geldt dan voor de y-parameters nabij $s = \sigma_{max}$:

$$\mathbf{y}_i \approx s(C_b + C_c) \qquad \mathbf{y}_r \approx -sC_c$$

$$\mathbf{y}_f \approx g_a - sC_c \qquad \mathbf{y}_o \approx s(C_c + C_d)$$

terwijl de 'unilaterale versterking', U_h is:

$$U_h \approx \frac{|g_a|^2}{s^2(C_bC_c + C_bC_d + C_cC_d) + sg_aC_c} \quad \text{voor} \quad s = \sigma \text{ nabij } \sigma_{max} \tag{3.60}$$

Volgens (3.59a) levert dit:

$$1 \approx \frac{|g_a|^2}{\sigma_{max}^2(C_bC_c + C_bC_d + C_cC_d) + \sigma_{max}g_aC_c} \qquad \text{ofwel}$$

$$\sigma_{max} \approx \frac{|g_a|}{2[C_c + |\sqrt{(C_b + C_c)(C_d + C_c)}|]} \tag{3.61}$$

(3.61) kan in een wat handzamer vorm worden gegoten door haar in termen van de eerder gedefinieerde parameters ω_T, ω_U en ω_R te schrijven: $\omega_T \approx g_a/(C_b + C_c)$, $\omega_U \approx g_a/(C_d + C_c)$ en $\omega_R \approx g_a/C_c$. Dit levert:

$$\sigma_{max}^{-1} \approx 2[|\sqrt{\omega_T^{-1}\omega_U^{-1}} + \omega_R|] \tag{3.62}$$

Bij vergelijking van (3.62) met (3.23) blijkt dat $\sigma_{max}^{-1} \approx \tau_s(\text{min})$ waarin τ_s de snelheidsmaat was, die voor de geneutraliseerde gemeenschappelijke-emitterversterker met transformatorkoppeling van fig. 3.11 is gebruikt. Deze grote overeenkomst tussen σ_{max}^{-1} en $\tau_s(\text{min})$ levert een sterke aanwijzing dat $\tau_s(\text{min})$ een nogal fundamentele begrenzing voorstelt.

Eén interpretatie van de σ_{max}-begrenzing wordt duidelijk als we deze toepassen op het voorbeeld dat we voor het onderzoek van de ω_{max}-begrenzing hebben gebruikt. Een afleiding die analoog aan (3.45) tot en met 3.48 verloopt levert hiervoor:

$$(A_0 - 1)(\omega_h - \omega_l) \leqq \sigma_{max}\left(1 + \frac{\omega_0^2}{\omega_{max}^2}\right) \tag{3.63a}$$

In het gebruikelijke geval dat $A_0^2 \gg 1$ en $\omega_0^2 \ll \omega_{max}^2$ kunnen we (3.63a) vereenvoudigen tot:

$$A_0(\omega_h - \omega_l) < \sigma_{max} \tag{3.63b}$$

Aangezien σ_{max} in de regel kleiner is dan ω_{max}, legt (3.63b) grotere restricties op dan (3.49).

In feite houdt σ_{max} natuurlijk geen enkele *absolute* bandbreedtebegrenzing in, aangezien we naar we mogen aannemen vertraging tegen versterking kunnen uitwisselen zonder dat de bandbreedte daardoor wordt verkleind. Stel bijvoorbeeld dat we een zeer grote versterking en bandbreedte willen bereiken, met een zo klein mogelijke vertraging. Nemen we een oneindige bandbreedte aan met A van de vorm:

$$A = A_u = A_i = A_0 \exp(-T_{vertr}s)$$

moet gelden:

$$|A|^2 \leqq 1 \quad \text{voor} \quad s \geqq \sigma_{max}$$

ofwel:

$$A_0^2 \exp(-2T_{vertr}\,\sigma_{max}) \leqq 1$$

zodat:

$$\frac{\ln A_0}{T_{vertr}} \leqq \sigma_{max} \tag{3.64}$$

(3.64) kan eenvoudig geïnterpreteerd worden. Als we meerdere versterkingstrappen in cascade schakelen, is het aantal decibel vermogensversterking (dat wil zeggen 4,6 ln A_0) evenredig met het aantal trappen, maar ditzelfde geldt voor de vertraging. ln A_0/T_{vertr} wordt door het in cascade schakelen dus niet veranderd, en moet kleiner blijven dan σ_{max}. De methode om de limiet van (3.64) te bereiken is dus om de verhouding ln A_0/T_{vertr} voor elke trap zo groot mogelijk te maken, en dan voldoende trappen achter elkaar te schakelen om de gewenste totale versterking te krijgen. Als voorbeeld kunnen we weer de schakeling van fig. 3.11 nemen, waarmee we een A_0/T_{vertr} van bij benadering σ_{max} kunnen bereiken. Voor één trap geldt zo:

$$\frac{\ln A_0}{T_{vertr}} = \frac{\ln A_0}{A_0}\,\sigma_{max}$$

Deze uitdrukking wordt maximaal als $A_0 = e$, waarvoor:

$$\frac{\ln A_0}{T_{vertr}}\,(max) = \frac{1}{e}\,\sigma_{max}$$

We kunnen door het in cascade schakelen van een aantal gemeenschappelijke-emittertrappen de kleinst mogelijke vertraging dus tot op een factor e benaderen, als elk van de trappen een versterking van ca. $A_0 = e$ levert.

In dit hoofdstuk hebben we op verschillende plaatsen uitdrukkingen voor ω_{max} en σ_{max} afgeleid op grond van vereenvoudigde transistormodellen welke *niet* golden voor frequenties in de omgeving van $s = j\omega_{max}$ en $s = \sigma_{max}$. Zo is de uitdrukking voor ω_{max} in (3.43) *niet* de maximale frequentie waarbij in de praktijk oscillaties waargenomen kunnen worden. Dit verschil tussen het model en de echte transistor behoeft echter geen beperking van de bruikbaarheid van de afgeleide ω_{max}-waarde in te houden. We herinneren er bijvoorbeeld aan dat ω_T en ω_U *niet* de frequenties voorstellen waarbij de stroom- en spanningsversterking 1 bedragen, maar slechts de frequenties waarbij deze versterkingsfactoren 1 *zouden* zijn als het laagfrequent model tot voorbij het geldigheidsbereik ervan zou worden geëxtrapoleerd. Zolang het model maar geldig is voor de frequenties waar het bij de versterkeranalyse om gaat, is het behoorlijk bruikbaar voor de berekening van snelheidsbegrenzingen, terwijl parameters als ω_T, ω_U, ω_{max} en σ_{max} praktische termen zijn om deze begrenzingen in uit te drukken.

Samenvattend kunnen we zeggen dat σ_{max} geen enkele beperking van de bandbreedte inhoudt, maar wel een benedengrens van de vertraging (dat wil zeggen faseverschuiving) per decibel vermogensversterking impliceert. Men mag echter niet vergeten dat men in de regel alleen door middel van vrij ingewikkelde schakelingen vertraging tegen versterking kan uitwisselen, zodat de begrenzing van het versterkings-bandbreedteprodukt die σ_{max} oplegt voor schakelingen met niet te onderscheiden vertragings- en stijgtijden [zie (3.63a)], *wel* van *praktische* betekenis is. Merk op dat de vertraging in het geval van versterkers met terugkoppeling een belangrijke factor kan zijn, en het onmogelijk kan

maken om grote lusversterkingen over een brede frequentieband te bereiken. In de regel is σ_{max} kleine dan ω_{max}, zodat deze begrenzing van groot belang is.

3.3.4. *Meer algemene beperkingen in het* s-*vlak*

De ω_{max}- en σ_{max}-begrenzingen kunnen worden uitgebreid tot een meer algemene beperking in het s-vlak ten aanzien van het reële deel van het complexe vermogen. In fig. 3.23 is een typisch gebied in het s-vlak afgebeeld waarin P_R negatief kan zijn en ω_{max} en σ_{max} slechts twee parameters voorstellen, die als zodanig niet het gehele gebied vastleggen. De meer algemene beperking is: als U_a is U_h zoals die voor de gehele versterker in totaal wordt berekend, en U_t de waarde van U_h voor de transistor alléén voorstelt, kan U_a alleen groter dan 1 zijn voor die frequenties waarvoor $U_t > 1$. Kortom, de lijn $U_t = 1$ in het complexe vlak begrenst een deel van de rechterhelft van het s-vlak, en alleen in dit gebied kan de versterker een nuttige vermogensversterking leveren.

Door begrenzingen ten aanzien van $P_I = I_m[P]$ worden daarnaast nog verdere beperkingen opgelegd. Voor $s = j\omega$ kunnen L- en C-componenten beide polariteiten van P_I absorberen, zodat P_I geen rol speelt in de voorwaarden voor mogelijke oscillatie. Evenzo geldt voor $s = \sigma$ dat $P_I = 0$, en als zodanig dus ook van geen belang is. Voor complexe s met $\sigma > 0$ kan de restrictie ten aanzien van P_I echter belangrijke versterkings-snelheidsbegrenzingen met zich meebrengen.

Helaas zijn de algemenere vermogensbeperkingen in het s-vlak nogal lastig in berekeningen te verwerken. Bovendien zijn ω_{max} en σ_{max} in de regel voldoende om de werke-

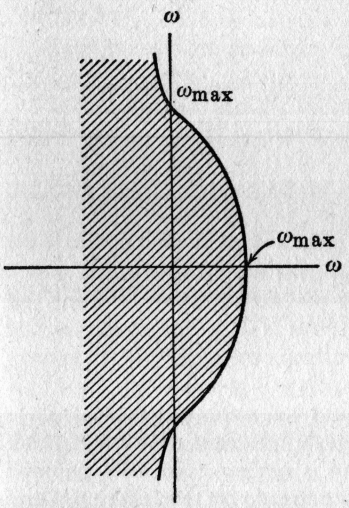


Fig. 3.23. Typisch verloop in het s-vlak voor $Re[P] < 0$.

lijk belangrijke transistorbegrenzingen te bepalen. Globaal gezien levert ω_{max} een begrenzing van de versterkings-bandbreedteprestaties, terwijl σ_{max} een begrenzing van de vertragings-trapversterkingsprestaties inhoudt.

3.4. SNELHEIDSBEPERKINGEN VOOR GROTE SIGNALEN

3.4.1. *Inleiding*

In het voorgaande deel van dit hoofdstuk zijn alleen de begrenzingen van lineaire versterkers bij toevoer van kleine signalen behandeld. Anders gezegd, de afgeleide begrenzingen drukken het feit uit dat er in het geval van een beperkt *signaal*-vermogen om een groter *uitgangs*-vermogen te sturen, bepaalde beperkingen ten aanzien van de te verwezenlijken vertraging en bandbreedte gelden.

We zijn nu bij een volgende categorie van begrenzingen gekomen, welke uitsluitend verband houden met het *voorspanningsvermogen* (dat wil zeggen het vermogen dat de gelijkstroombronnen aan de versterker kunnen afgeven). De wijze waarop deze de snelheid begrenzen staat vrijwel los van versterkings- of impedantie-overwegingen. Dit soort begrenzingen speelt een bijzonder belangrijke rol in de eindtrappen van lineaire versterkers, of in schakelcircuits. We leggen er de nadruk op dat de aanduiding 'groot-signaal' of 'voor grote signalen' niet noodzakelijkerwijs een niet-lineaire werking impliceert. In veel gevallen zijn de begrenzingen voor grote signalen een stelsel van beperkingen waaraan moet worden voldaan om de schakeling juist *binnen* het lineaire werkingsgebied te houden.

3.4.2. *Begrenzingen van* $\mathrm{d}u/\mathrm{d}t$

Voor een condensator geldt de betrekking:

$$i = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} \tag{3.65}$$

Deze eenvoudige betrekking beschrijft een van de voornaamste snelheidsbegrenzingen van de transistor voor grote signalen.

Laten we bijvoorbeeld uitgaan van een gemeenschappelijke-basisversterker, zoals die in fig. 3.24 is afgebeeld. Stel dat $u_{CB} = U_1$ vóór $t = 0$, maar dat op het tijdstip $t = 0$ een ingangssignaal moet worden toegevoerd dat in een zo snel mogelijke verandering van de uitgang resulteert, van U_1 naar een nieuw niveau U_2. Wat is de kortst mogelijke tijd T, die voor deze verandering nodig is? Merk op dat we hier een bereidheid te kennen hebben gegeven om elke *willekeurige* ingang te gebruiken, die ons in staat stelt om het gestelde doel te bereiken, zodat de versterking hier geen punt van overweging uitmaakt.

Als U_2 groter is dan U_1, wordt de snelst mogelijke responsie verkregen door een stroomimpuls aan de emitter toe te voeren die voldoende groot is om een tegenvoorspanning op de emitterjunctie te bewerkstelligen, en de transistor zodoende *uit* te schakelen. Onze beste strategie is dus om het volledige vermogen van de ($U_{CC} - IR$)-schakeling te gebrui-

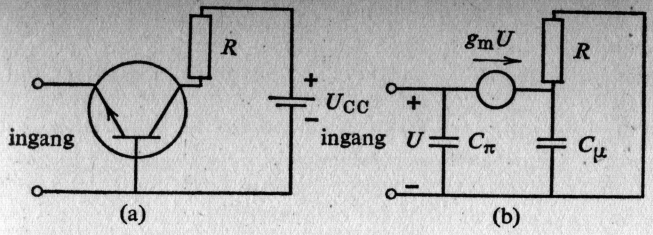


Fig. 3.24. Gemeenschappelijke-basisversterker: a. schakeling; b. differentieel model.

ken om de condensator C_μ op te laden. Op het ogenblik dat $U_{CB} = U_2$ moeten we de transistor weer *aan* schakelen, om een voortgaande stijging van u_{CB} te voorkomen. De volledige responsie vertoont dan het in fig. 3.25 getekende beeld, terwijl de responsietijd T voor constante C_μ wordt gegeven door

$$T = RC_\mu \ln\left(\frac{U_{CC} - U_1}{U_{CC} - U_2}\right) \tag{3.66}$$

Merk op dat de tijd T van meerdere parameters afhangt, en groot is voor $U_2 \approx U_{CC}$.

De gemakkelijkste manier om deze begrenzing uit te drukken is om te zeggen dat als $I_C = I_0$ vóór $t = 0$, de snelst mogelijke stijging van u_{CB} na $t = 0$ is

$$\left(\frac{\mathrm{d}u_{CB}}{\mathrm{d}t}\right)_{max} = \frac{I_0}{C_\mu} \tag{3.67}$$

De enige manier om de stijgsnelheid van u_{CB} op te voeren is om de instelstroom I_0 groter te maken, ofwel C_μ kleiner te maken door een andere transistor te gebruiken.

Voor $U_2 < U_1$ kan de transistor in beginsel tot ver in het geleidingsgebied worden uitgestuurd, waarbij de daalsnelheid van u_{CB} alleen wordt beperkt door de maximale

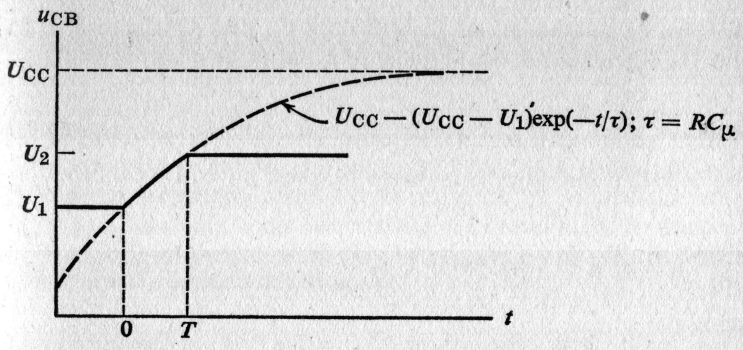


Fig. 3.25. Kortst mogelijke stijgtijd voor de schakeling in fig. 3.24.

stroom welke we nog door de transistor willen voeren. Op deze manier zou men in een echte schakeling wellicht afvaltijden kunnen bereiken die minder dan 10% van de stijgtijd zijn, bij welk punt de beslissende factor ten aanzien van de snelheidsbegrenzing kan worden gevormd door de vereiste vermogensversterking.

Dit voorbeeld illustreert twee belangrijke aspecten van de werking bij grote signalen:

1. de in par. 3.3 afgeleide versterkings-bandbreedtebegrenzing door ω_{max} kan minder belangrijk zijn dan de door (3.67) gegeven stijgtijdbegrenzing door I_o/C;

2. de stijgtijd kan veel groter zijn dan de afvaltijd (of omgekeerd).

Merk op dat de beste transistor voor gebruik in een schakeling van fig. 3.24 om grote signalen te versterken, wordt gekenmerkt door een hoge nominale stroomsterkte per eenheid basis-collectorcapaciteit. Normale transistorwaarden zijn bijvoorbeeld 200 mA bij $C_\mu = 5$ pF, in welk geval $(du_{CB}/dT)_{max} = 40\ V \cdot ns^{-1}$. In feite zal de stroom die een transistor kan verwerken, natuurlijk mede van de spanning afhangen, aangezien de fundamentele begrenzing in dit geval waarschijnlijk door het nominale vermogen wordt gevormd.

Het bovenstaande voorbeeld heeft ons een beeld gegeven van de stijgtijd- en afvaltijdbegrenzingen voor grote signalen. Voor sinusvormige grote signalen gelden overeenkomstige begrenzingen, zoals uit het volgende voorbeeld blijkt. Stel dat we de schakeling in fig. 3.24 gebruiken om de afbuigplaat van een kathodestraalbuis te sturen. We nemen aan dat de capaciteit van de afbuigplaat naar de aarde C is, en dat we een sinusvormige component van de collectorspanning met een absolute top-tot-topwaarde van $2U_p$ V nodig hebben. Verder nemen we aan dat het nominale vermogen van de transistor $u_{CB}i_C \leqq P_C$ is. We willen nu de hoogste frequentie bepalen waarbij deze versterker nog het gewenste uitgangsvermogen levert. Om het vraagstuk te vereenvoudigen zullen we U_{CC} en R door een stroombron vervangen, I_o, die we later op een zo 'goed' mogelijke hoogfrequentwerking zullen instellen. Deze schakeling is in fig. 3.26a getekend; we nemen aan dat we voor het verkrijgen van het gewenste uitgangsvermogen over elk *willekeurig* ingangssignaal kunnen beschikken. In het schema is C_μ buiten de transistor getekend, en i_C' als de component van de collectorstroom die niet door C_μ gaat gedefinieerd. Is de transistor op het punt (I_o, U_p) ingesteld, dan vertoont de collectorspanning een golfvorm van het type

$$u_{CB} = U_p + U_p \sin \omega t \tag{3.68}$$

als we aannemen dat de kleinst mogelijke u_{CB}-waarde ongeveer nul is. De condensatorstroom i_{cap} is dan:

$$i_{cap} = (C_\mu + C)\frac{du_{CB}}{dt} = U_p(C_\mu + C)\omega \cos \omega t$$

De stroom i_C' is zodoende

$$i_C' = I_o - i_{cap} = I_o - U_p(C_\mu + C)\omega \cos \omega t \tag{3.69}$$

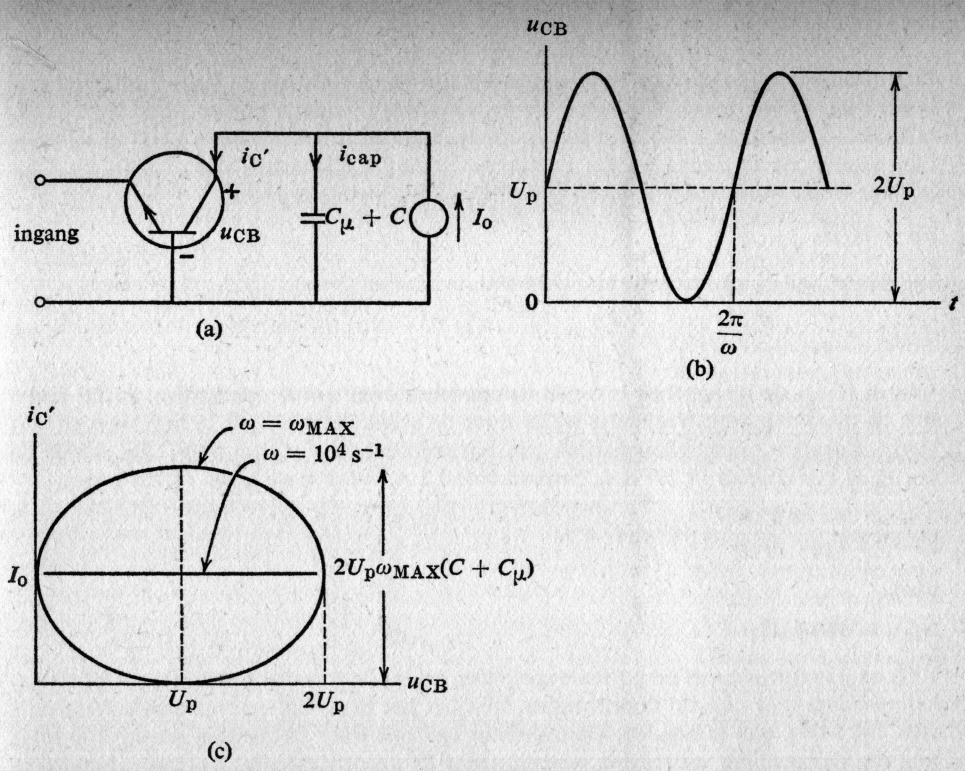


Fig. 3.26. Gemeenschappelijke-basisversterker waarin de groot-signaalbegrenzingen ten aanzien van ω duidelijk te zien zijn: a. schakeling (met C_μ buiten de transistor getekend); b. golfvorm van de collectorspanning; c. rondgang van het werkpunt (waarbij C_μ buiten de transistor is verondersteld).

De golfvorm van u_{CB} vertoont in dit geval het verloop van fig. 3.26b. Fig. 3.26c geeft een beeld van de beweging van het werkpunt in het $i_C'u_{CB}$-vlak. Bij lage frequenties is het verloop een rechte lijn, hetgeen er op wijst dat $i_C' = I_o$ (dus condensatorstroom nul), bij hoge frequenties wordt het verloop ellipsvormig. Bij de maximale werkfrequentie $\omega = \omega_{MAX}$ gaat de stroom op één punt van de kringloop juist door nul. Volgens (3.69) is de frequentiebegrenzing zodoende:

$$\omega_{MAX} = \frac{I_o}{U_p(C_\mu + C)} \tag{3.70}$$

een resultaat dat wat de vorm aangaat zeer veel lijkt op de bovenstaande (3.67).

We kunnen de maximale werkfrequentie ook in het gemiddelde nominale vermogen P_C uitdrukken (gebaseerd op een gemiddelde tijd van 1 ms). Als de frequentie altijd veel hoger dan 1 kHz zou zijn, zouden we de maximale dissipatie krijgen door $P_C = U_p I_o$ te stellen. Nemen we echter aan dat de frequentie ook ver beneden 1 kHz kan liggen, dan moeten we de limiet op het maximale vermogen toepassen, dat volgens fig. 3.26c bij lage frequenties wordt gegeven door $2U_p I_o$. We stellen daarom

$$P_C = 2U_p I_o \tag{3.71}$$

Eliminatie van I_o uit (3.70) en (3.71) levert:

$$\omega_{MAX} = \frac{P_C}{2U_p^2(C + C_\mu)} = \frac{P_C}{W_{piek}} \tag{3.72}$$

waarin W_{piek} de piekenergie is die in de condensatoren wordt opgeslagen. (3.72) levert ons de maximale sinusfrequentie welke door de schakeling in fig. 3.26 kan worden versterkt. Bekende numerieke waarden zijn bijvoorbeeld $C = C_\mu = 5$ pF, $P_C = 8$ W en $U_p = 20$ V. Volgens (3.70) is I_o beperkt tot 0,2 A, voor welk geval (3.70) levert:

$$\omega_{MAX} = \frac{0{,}2}{20 \cdot 10^{-11}} = 10^9 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

ofwel

$$f_{MAX} = 160 \text{ MHz}$$

Rekening houdende met de normale spelingen, opdat de transistor ook bij redelijke schakelingstoleranties niet zal doorbranden, lijkt het het beste om een maximale frequentie van 100 MHz aan te houden. De transistor kan ook voor frequenties boven 100 MHz nog een aanzienlijke versterking leveren, maar de groot-signaalbegrenzingen houden in dat het voor het verkrijgen van een zuiver sinusvormige uitgang nodig is om de uitgangsamplitude lager te houden.

Een alternatieve interpretatie van de groot-signaalbegrenzing wordt geleverd door het werkpuntsverloop, zoals dat in fig. 3.26c in beeld is gebracht. De ellips stelt de beweging van het transistorwerkpunt voor (als C_μ als deel van de externe schakeling wordt opgevat) bij een frequentie $\omega = \omega_{MAX}$. Het oppervlak ervan is evenredig met het *reactieve* wisselstroomvermogen dat aan de condensators wordt toegevoerd. Het ligt voor de hand dat hoge frequenties een groot ellipsoppervlak met zich meebrengen, en daarmee een groot $U_p I_o$-produkt bij lineaire werking. De snelheidsbegrenzing is in feite een limiet ten aanzien van het reactieve vermogen dat de transistor aan de belasting kan afgeven.

Zou een uitgangsspanning (top-tot-top) van 10 V in plaats van 40 V vereist zijn, dan zou de waarde van ω_{MAX} hierdoor van 100 MHz tot 1600 MHz toenemen. In dat geval zouden de begrenzingen voor grote signalen waarschijnlijk minder belangrijk zijn dan die ten aanzien van kleine signalen. Voor de meeste schakelingen blijkt dat als we de ab-

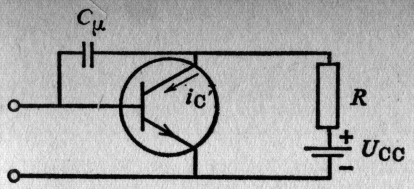


Fig. 3.27. Model van de schakeling in fig. 3.24a in een gemeenschappelijke-emittervorm.

solute waarde van de uitgangsspanning geleidelijk opvoeren, vanaf een gegeven punt de responsiesnelheid hoofdzakelijk door de schakeling wordt bepaald, en niet door het stuursignaal.

Het is wellicht goed om er op te wijzen dat dezelfde ω_{MAX}-begrenzingen zouden gelden als we de schakeling van fig. 3.24 in een gemeenschappelijke-emitterversterker zouden veranderen. Nagenoeg de gehele C_μ-stroom zou dan door de basisaansluiting moeten verlopen. In fig. 3.27 is een model voor de schakeling van fig. 3.24 getekend met emitter en basis verwisseld. De snelste stijging van U_{CE} bereiken we bij $i_C' = 0$, waarbij de ingangsstroom tenminste zo groot moet zijn als $C_\mu(\mathrm{d}u_{CB}/\mathrm{d}t)$, teneinde de transistor gesperd te houden. Om nu de maximale frequentie te bepalen welke het geheel kan verwerken moet de sturende versterker een signaalstroom leveren die tenminste zo groot is als de stroom door C_μ, zodat de uitgangstransistor geen hoogfrequent stroomversterking van betekenis levert, tenzij het grootste deel van de capacitieve belasting van buiten de transistor afkomstig is. De gemeenschappelijke-basis-uitgangstrap is zodoende van het standpunt van de hoogfrequentversterking bij grote spanningszwaaien bijna even goed als de gemeenschappelijke-emitterconfiguratie, en kan van het standpunt van hoge doorbraakspanning en een constantere stroomversterking-versus-frequentiekarakteristiek zelfs nog beter zijn.

3.4.3. *Begrenzing van* d*i*/d*t*

Het zal duidelijk zijn dat we di/dt-begrenzingen zouden krijgen welke volkomen analoog zijn aan de hierboven behandelde du/dt-begrenzingen, als de inductieve energieopslag een overheersende rol speelt. Normaliter vindt de voornaamste inductieve energie-opslag echter buiten de transistor plaats, waardoor de begrenzing een wat afwijkende vorm vertoont. Om dit soort beperkingen te demonstreren zullen we het voorbeeld nemen van de transistor die de afbuigspoel van een kathodestraalbuis met magnetische afbuiging stuurt.

Fig. 3.28 geeft het schema van de betreffende schakeling en de vereiste golfvormen. Om de zelfinductie in de tijd T_1 'op te laden' moeten we $U_{CC} = LI_m/T_1$ maken, aannemende dat u_{CE} verwaarloosbaar klein kan worden gemaakt ten opzichte van U_{CC}. Om de zelfinductie in de tijd T_2 te ontladen moet de piekwaarde van u_{CE}, $(u_{CE})_{max}$, gelijk zijn aan $U_{CC}T/T_2$. Aangezien de inductieve energie wordt voorgesteld door $W_L = \frac{1}{2}LI_m^2$, blijkt de in de transistor gedissipeerde energie te worden gegeven door:

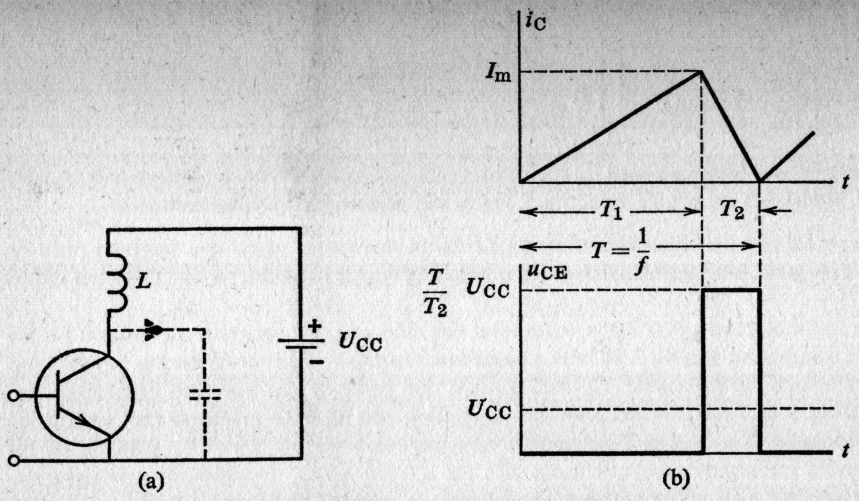


Fig. 3.28. Versterker voor een afbuigspoel: a. schakeling; b. golfvormen.

$$\overline{(i_C \cdot u_{CE})} = W_L/T = fW_L \tag{3.73a}$$

$$(i_C \cdot u_{CE})_{max} = 2W_L/T_2 \tag{3.73b}$$

Een kenmerkend aspect is dat de toegestane gemiddelde vermogensdissipatie van een transistor die een reactieve belasting stuurt, tenminste gelijk moet zijn aan het produkt van frequentie en de piekenergieopslag in de reactantie [zie (3.73a)]. Verder zal duidelijk zijn dat de *piek*-dissipatie aanzienlijk boven de gemiddelde dissipatie kan liggen, zodat de belangrijkste begrenzing in de praktijk althans mede kan bestaan uit een beperking van het piekvermogen.

Als de golfvorm van de collectorstroom steeds gelijk blijft, zoals in een horizontaal afbuigsysteem van een televisiebuis, *behoeven* in feite geen $W_L f$ watt in de transistor gedissipeerd te worden. We kunnen in dat geval bijvoorbeeld een gelijkrichtcircuit met condensator en diode invoeren, zoals dit in fig. 3.28 door onderbroken lijnen is aangegeven. Dit is met de collector van de transistor verbonden, waardoor we de energie-opslag in de zelfinductie kunnen terugwinnen. In de praktijk is het gebruikelijk om de afbuigspoel via een transformator te sturen, en een tweede wikkeling op deze transformator te gebruiken voor het leveren van een hoge-spanningsimpuls, die gelijkgericht wordt en dient om de elektronenbundel te versnellen.

Soms brengt de toepassing met zich mee dat de inductieve stroom op veranderingen in de ingangsspanning moet reageren, en dan wordt het in de praktijk lastig om de energie-opslag terug te winnen en deze niet in de transistor te laten dissiperen. In beginsel is het ook dan niet onmogelijk om de energie alsnog te gebruiken, maar wel kan het on-

praktisch worden, behalve voor toepassingen waarin zeer hoge vermogens worden ingezet. Wel is het mogelijk om quasi-lineaire versterkers te gebruiken om het $W_L f$-produkt op te voeren zonder dat de dissipatie daardoor toeneemt.

Een belangrijke laatste opmerking is dat het, zoals men misschien al heeft ingezien, minstens zo moeilijk kan zijn om energie toe te voeren voor opslag in L of C, als energie toe te voeren die in een weerstand moet worden gedissipeerd. De verhouding tussen de energieopslag in de belasting en het beschikbare uitgangsvermogen is bepalend voor de ondergrens van de tijd die voor de verandering van de belastingsspanning en -stroom nodig is.

4. RUIS

4.1. INLEIDING

'Ruis' is de benaming voor niet ter zake dienende signalen die geen enkele nuttige informatie leveren omtrent het probleem waar het om gaat, en alleen aan de hand van hun statistische aspecten kunnen worden beschreven. Er zijn verschillende fysische verschijnselen welke tot het optreden van ruis kunnen leiden, maar die welke bij transistors de belangrijkste rol spelen, zijn alle gebaseerd op het discontinue karakter van de elektrische stroom. Bij frequenties boven enkele kHz (afhankelijk van de transistoruitvoering en het werkpunt) kan de middelbare (effectieve) ruisamplitude in de regel nauwkeurig worden voorspeld door middel van betrekkelijk eenvoudige vervangingsschema's (modellen). Hebben we eenmaal een inzicht in de manier waarop de ruis ontstaat, dan kunnen we schakelingen ontwerpen waarin de invloed ervan zoveel mogelijk wordt teruggedrongen, wat de constructie van ruisarme getransistoriseerde versterkers mogelijk maakt.

De bedoeling van dit hoofdstuk is om een verklaring te geven van de fysische grondslagen van de verschillende ruisbronnen, en verder om modellen te ontwikkelen die deze bronnen voorstellen. Daarnaast willen we methoden aangeven om de invloed van de inherente ruisbronnen van een transistor zoveel mogelijk te beperken. We beginnen echter met de ontwikkeling van enkele analytische methoden, die vervolgens op de geïdealiseerde pn-junctie-*diode* zullen worden toegepast.

Alle besprekingen in par. 4.2 tot en met 4.5 zijn in termen van tijdsafhankelijke spanningen en stromen gesteld (de voorstelling ervan heeft betrekking op het tijdgebied), behalve de afleidingen van de warmteruis en de hagelruis van diodes en transistors. We bereiken dit door aan te nemen dat alle netwerken resistief zijn. In par. 4.6 wordt deze beperking opgeheven, teneinde ook methoden voor de analyse van ruisbronnen in frequentieafhankelijke netwerken te kunnen afleiden.

4.2. DE INVLOED VAN RUISBRONNEN

4.2.1. *Inleiding*

Ruisbronnen zijn niet te voorspellen, in die zin dat men de momentele golfvormen over een groot tijdsinterval onmogelijk van te voren kan weten. Wel kan men de ruisbronnen in statistische termen beschrijven, met name waarschijnlijkheden, effectieve waarden en correlatiefuncties. In deze paragraaf zullen we een kort overzicht geven van enkele belangrijke methoden die op deze aspecten gebaseerd zijn.

4.2.2. *De optelling van ruisbronnen*

Stel dat $u_1(t)$ en $u_2(t)$ twee ruisbronnen zijn en dat $u_s(t)$ hun som, $u_1(t) + u_2(t)$ voorstelt. Hoe moeten we nu de effectieve waarde van $u_s(t)$ in de effectieve waarden van $u_1(t)$ en $u_2(t)$ uitdrukken? We gebruiken de notatie:

$$\overline{u^2(t)} \equiv \text{effectieve waarde van } u \tag{4.1}$$

Er geldt dan

$$\overline{u_s^2(t)} = \overline{[u_1(t) + u_2(t)]^2} = \overline{u_1^2(t)} + \overline{u_2^2(t)} + \overline{2u_1(t)u_2(t)}$$

We kunnen de effectieve waarde van u_s ook schrijven als:

$$\overline{u_s^2(t)} = \overline{u_1^2(t)} + \overline{u_2^2(t)} + 2C_{12}\left|\overline{[u_1^2(t)u_2^2(t)]^{1/2}}\right| \tag{4.2}$$

waarin

$$C_{12} \equiv \frac{u_1(t)u_2(t)}{\left|[u_1^2(t)u_2^2(t)]^{1/2}\right|} = \text{correlatiecoëfficiënt}$$

De coëfficiënt C_{12} is een maat van de correlatie tussen u_1 en u_2, de waarde ervan ligt altijd in het gebied $-1 < C_{12} < 1$. Men noemt twee bronnen niet-gecorreleerd als $C_{12} = 0$. Het komt heel veel voor dat twee ruisbronnen niet gecorreleerd zijn, wat dan een belangrijke vereenvoudiging van de ruisanalyse kan inhouden.

Merk op dat volgens (4.2) twee in serie verbonden, ongecorreleerde spanningsbronnen beide warmte vrijmaken, waarvan de waarden bij elkaar moeten worden opgeteld. Met andere woorden, het vermogen dat door beide tezamen aan een weerstand wordt afgegeven, kan berekend worden als de som van de vermogens welke elke bron apart aan de weerstand zou leveren. Het bovenstaande resultaat kan door superpositie worden uitgebreid tot de invloed van niet gecorreleerde ruisbronnen op willekeurige plaatsen binnen een lineair netwerk. Vatten we $u_1(t)$ en $u_2(t)$ op als de spanningen die in een zekere weerstand door de afzonderlijke werking van twee niet-gecorreleerde bronnen worden opgewekt, dan blijkt zodoende het ruisvermogen dat aan dit element van het netwerk wordt afgegeven, de som is van de vermogens die door de niet-gecorreleerde ruisbronnen elk apart worden geleverd.

We willen er hier wel op wijzen dat het niet altijd even eenvoudig is om te bepalen of twee ruisbronnen al of niet gecorreleerd zijn. Twee bronnen die tot volkomen onafhankelijke fysische verschijnselen te herleiden zijn, vertonen uiteraard geen correlatie, maar ditzelfde kan gelden voor bronnen die eenzelfde fysische grondslag hebben.

4.2.3. *Frequentiespectrum*

De spanningsgolf van een ruisbron $u(t)$ zal uit een groot aantal uiteenlopende frequentiecomponenten bestaan. Om aan te geven hoe de verdeling hiervan als functie van de frequentie is, zetten we de zogenaamde *spectrale dichtheid* uit, een grafiek van de effectieve ruisspanning per eenheid bandbreedte met de frequentie als abscis. We zouden deze gra-

fiek kunnen opmeten door de bron te verbinden met een filter dat alle frequenties in een band Δf met de midbandfrequentie f_0 ongehinderd doorlaat, en alle andere frequenties in het geheel niet doorlaat. De *effectieve uitgangsspanningswaarde* van het filter is $S(f_0)\Delta f$, waarin $S(f_0)$ de spectrale dichtheid bij de frequentie f_0 voorstelt.

Omdat de gewone Fourier-transformatie van een signaal met willekeurige verdeling niet bepaald is (aangezien dit in het algemeen geen convergente integralen levert), kunnen we de spectrale dichtheid van de ruis niet met behulp van de gebruikelijke Fourier-technieken bepalen. In plaats daarvan moeten we eerst de *autocorrelatiefunctie* van $u(t)$ vormen, die als volgt gedefinieerd is:

$$R(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} u(t)u(t+\tau)\mathrm{d}t \tag{4.3}$$

De spectrale dichtheid is dan per definitie de Fourier-transformatie $W(f)$ van de autocorrelatiefunctie $R(\tau)$, dus:

$$W(f) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau \tag{4.4a}$$

Voor reële tijdfuncties is $R(\tau)$ een reële, even functie van τ. We kunnen $W(f)$ dus ook als volgt schrijven:

$$W(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)\cos 2\pi f\tau \,\mathrm{d}\tau \tag{4.4b}$$

Uit (4.4b) blijkt duidelijk dat $W(f)$ een reële, even functie van f is [dat wil zeggen $W(f) = W(-f)$], en wel omdat $R(\tau)$ reëel is.

De betreffende inverse Fourier-transformatie van $R(\tau)$ in $W(f)$ wordt gevormd door:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} W(f)\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\tau f}\,\mathrm{d}f = \int_{-\infty}^{\infty} W(f)\cos 2\pi\tau f\,\mathrm{d}f \tag{4.5}$$

De hierboven gedefinieerde spectrale dichtheid heeft een 'tweezijdig' karakter, dat wil zeggen de grootheid is in termen van zowel positieve als negatieve frequenties gedefinieerd. Bij de ruisanalyse is het echter gebruikelijk om de spectrale dichtheid uitsluitend in positieve frequenties te definiëren (anders gezegd: eenzijdig te maken). Gezien het bovenstaande gegeven dat $W(f) = W(-f)$ betekent de overgang van de tweezijdige naar een eenzijdige voorstelling, die we hier met $S(f)$ zullen aangeven, alleen dat we het geheel met een factor twee moeten vermenigvuldigen om ook de bijdrage van de negatieve frequenties in rekening te brengen. (4.5) wordt zodoende:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} W(f) \cos 2\pi\tau f \, df$$

$$= 2 \int_{0}^{\infty} W(f) \cos 2\pi\tau \, df$$

$$= \int_{0}^{\infty} S(f) \cos 2\,\pi\tau f \, df \qquad (4.5a)$$

en (4.4b) wordt:

$$S(f) = 2W(f) \qquad (f \geqq 0)$$

$$= 2 \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) \cos 2\pi f\tau \, d\tau \qquad (f \geqq 0) \qquad (4.6)$$

In $S(f)$, de spectrale dichtheid voor alleen positieve frequenties uitgedrukt, geldt voor $\tau = 0$ in (4.5a):

$$R(0) = \int_{0}^{\infty} S(f) df \qquad (4.7)$$

Volgens (4.3) geldt echter:

$$R(0) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} u^2(t) \, dt = \overline{u(t)^2} \qquad (4.8)$$

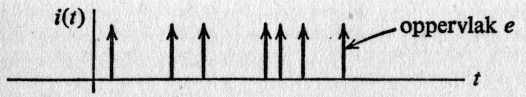
Door nu $R(0)$ uit (4.7) en (4.8) te elimineren krijgen we de volgende belangrijke betrekking, bekend als het theorema van Parseval:

$$\overline{u(t)^2} = \int_{0}^{\infty} S(f) df \qquad (4.9)$$

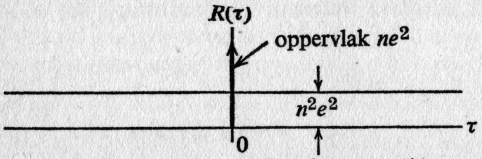
Nemen we de situatie dat de spanning u over een weerstand van $1\,\Omega$ wordt ontwikkeld, dan zegt (4.9) dat het gemiddelde vermogen van het ruissignaal gelijk moet zijn aan het vermogen van het betreffende spectrum (het oppervlak onder de spectrale-dichtheids-curve), hetgeen natuurlijk voor de hand ligt.

4.3.1. *Hagelruis bij tegenvoorspanning*

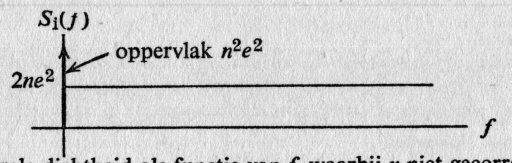
Is op een pn-junctie een tegenvoorspanning van meerdere volt aangelegd, dan zullen ruwweg gesproken alle minderheidsdragers binnen één diffusielengte afstand van de junctie door diffusie naar de ruimteladingslaag worden gevoerd, en daar door het sterke elektrische veld verder worden getransporteerd. Deze ladingdragers veroorzaken een stroom, maar door het discontinue karakter van de verplaatste lading zal de stroom, althans als eerste benadering, de vorm vertonen van een aantal impulsen met een oppervlak e, zoals in fig. 4.1a is getekend. Het tijdstip waarop een willekeurige ladingdrager de junctie oversteekt is statistisch gezien volkomen onafhankelijk van het tijdstip waarop een willekeu-



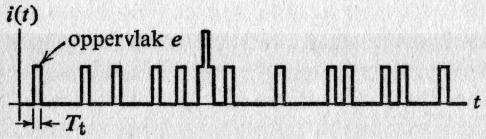
(a) stroomgolfvorm in geval dat hagelruis optreedt



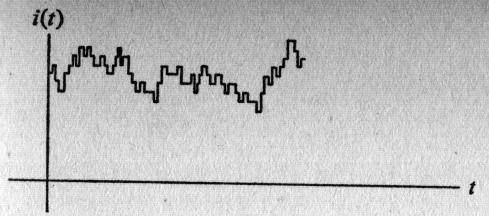
(b) autocorrelatie van de ruisstroom $i(t)$



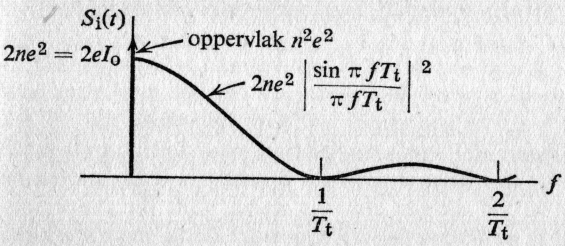
(c) spectrale dichtheid als functie van f, waarbij n-niet gecorreleerde pulsen per seconde zijn aangenomen



(d) golfvorm bij zeer geringe stroomsterkte



(e) golfvorm bij normale stroomsterkte



(f) spectrale dichtheid als functie van f, waarbij n niet-gecorreleerde pulsen per seconde zijn aangenomen

Fig. 4.1. Hagelruis in een pn-junctiediode met tegenvoorspanning: a, b, c: eerste benadering op basis van stroomimpulsen, d, e, f: tweede benadering op basis van stroompulsen met lengte T_t.

rige andere ladingdrager de junctie doorloopt, zodat we de stroomimpulsen volledig onafhankelijk van elkaar mogen veronderstellen. Zoals in par. 4.2.3 is opgemerkt, kunnen we de spectrale dichtheid van dit stroomverloop bepalen door eerst de autocorrelatiefunctie te berekenen, die in dit geval wordt gegeven door:

$$R(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} i(t) i(t + \tau) \, dt \tag{4.10}$$

Voor $\tau = 0$ zal de autocorrelatie een impuls leveren met oppervlak ne^2, waarin n het gemiddelde aantal impulsen per seconde voorstelt. Om $R(\tau)$ voor een willekeurige andere τ-waarde te berekenen, herinneren we eraan dat het gemiddelde van het produkt van twee golven in het geval van twee in de tijd onafhankelijke golven wordt gegeven door het produkt van hun gemiddelden. Omdat in de gegeven situatie de stroomimpulsen geheel onafhankelijk van elkaar zijn, zal de autocorrelatie voor $\tau \neq 0$ constant zijn, en gelijk zijn aan het kwadraat van de gelijkstroomwaarde, zoals in fig. 4.1b is getekend.

De spectrale dichtheid van de stroom, $S_i(\omega)$, zal de Fourier-transformatie van deze $R(\tau)$ zijn. We kunnen de transformatie het best uitvoeren door $R(\tau)$ in twee delen te

splitsen: $R_a(\tau)$, de impuls, en $R_b(\tau)$, de constante waarde. De impuls $R_a(\tau)$ levert bij transformatie een constante bijdrage tot $S_i(\omega)$, waarvan we de absolute grootte kunnen bepalen door middel van (4.6) waarin $f = 0$:

$$S_{ia}(0) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R_a(\tau)\, d\tau = 2ne^2$$

zoals in fig. 4.1c in beeld is gebracht. Volkomen analoog (ofwel omgekeerd) levert de constante $R_b(\tau)$ bij transformatie een impulsvormige bijdrage tot $S_i(\omega)$, die de gelijkstroomcomponent van de stroomgolfvorm voorstelt. Het oppervlak van de impuls bepalen we uit (4.5a), met $\tau = 0$.

In werkelijkheid zal de stroomgolfvorm niet uit impulsen bestaan (als we onder impulsen uiterst kortstondige energetische verstoringen verstaan). Bij het oversteken van de ruimteladingslaag induceert een elektron een stroomgolfvorm die meer lijkt op een blokvormige puls. We kunnen de stroom $i(t)$ dus nauwkeuriger voorstellen op de wijze van fig. 4.1d. Het oppervlak van elke stroomstoot hierin is de elektronlading, e, en de breedte ervan wordt bepaald door de tijd die het elektron nodig heeft om de ruimteladingslaag over te steken. Meestal is de veldsterkte zo groot dat de ladingdragers een verzadigingssnelheid krijgen van de orde van 10^7 cm · s^{-1}. Ze verplaatsen zich dan met een constante snelheid, hetgeen een stroomstoot met een bij benadering rechthoekige vorm levert, zoals ook is getekend. Het gaat ons hierbij minder om de precieze vorm van de pulsen dan om het feit dat ze *een breedte hebben van de orde van de oversteektijd* T_t, de tijd die ze nodig hebben om de ruimteladingslaag over te steken. Om de situatie eenvoudiger te houden zullen we de vrijmaking en recombinatie van ladingdragers binnen de ruimteladingslaag buiten beschouwing laten.

Als de stroomsterkte en oversteektijd beide klein zijn, krijgt de stroomgolfvorm het verloop van fig. 4.1d. Bij normale stroomsterkten zullen echter op een gegeven tijdstip veel ladingdragers tegelijk aan het oversteken zijn, zodat de impulsen in grotere aantallen moeten worden gesuperponeerd, zoals in fig. 4.1e is gedaan. De punten waar het hierbij om gaat zijn:

1. het tijdstip waarop een ladingdrager de junctie oversteekt is statistisch onafhankelijk van de tijdstippen waarop alle andere ladingdragers de junctie oversteken;

2. de snelheid waarmee de ladingdragers de laag oversteken is vrijwel onafhankelijk van het aantal ladingdragers dat zich daarin bevindt. We mogen de stroomstoten in fig. 4.1e dus als geheel onafhankelijk van elkaar blijven opvatten.

Fig. 4.1f geeft een beeld van de spectrale dichtheid van deze golfvorm. We zullen hier geen gedetailleerde afleiding van dit verloop geven, omdat de precieze vorm ervan voor de onderhavige bespreking van geen belang is. Het is voldoende om er op te wijzen dat de golfvorm van fig. 4.1d uit die van fig. 4.1a kan worden verkregen door de impulsen daarin te ontwikkelen tot een som van blokvormige stroomstoten met een duur T_t en een hoogte $1/T_t$. De in par. 4.6 afgeleide methode toont aan dat deze ontwikkeling in de

tijdrichting [zie (4.59)] in de vorm van een blokvormige puls overeenkomt met een vermenigvuldiging van het spectrum met [zie (4.62)]:

$$|H(f)|^2 = \frac{\sin^2 \pi f T_t}{(\pi f T_t)^2}$$

In fig. 4.1f is te zien dat de spectrale dichtheid een betrekkelijk constante waarde van $2ne^2$ heeft tot aan een frequentie $f = 1/10\, T_t$, als we de gelijkstroomcomponent, die ons in dit geval niet interesseert, buiten beschouwing laten. Normaliter is deze frequentie van de orde van f_T of hoger. We mogen de spectrale dichtheid van de ruis dus als vlak beschouwen voor alle frequenties die in transistorschakelingen van belang zijn, dat wil zeggen, die beneden f_T liggen. In alle navolgende berekeningen in dit hoofdstuk zullen we deze benadering toepassen, waarbij we echter niet mogen vergeten dat er wel transistors zijn voor bijzonder hoge frequenties, waarvoor een nauwkeuriger ruisberekening bij uitermate hoge frequenties nodig kan zijn.

Als de gelijkstroom die door de diode vloeit door $\overline{i(t)} = I_0 = ne$ wordt voorgesteld, levert dit uitgangspunt ons het belangrijke gegeven dat de spectrale dichtheid van de hagelruis in een pn-junctie met tegenvoorspanning voor $f > 0$ een nagenoeg constante waarde heeft van:

$$S_i(f) = 2eI_0 \tag{4.11a}$$

Alle hagelruis is het gevolg van afzonderlijke ladingdragers die een gebied oversteken. Als I de gemiddelde stroomdoorgang ten gevolge van dit transport voorstelt, wordt de spectrale dichtheid van de hagelruis

$$S_i(f) = 2eI \tag{4.11b}$$

Indien de spectrale dichtheid van de ruis aan (4.11b) voldoet zegt men dat de stroom I een 'onverzwakte hagelruis' veroorzaakt. Het optreden van dit effect is aan drie voorwaarden gebonden:

1. de lading van alle ladingdragers moet gelijk zijn;
2. het frequentiebereik waar het om gaat moet klein zijn vergeleken met de inverse waarde van de oversteektijd van de ladingdragers voor de betreffende junctie;
3. de beweging van elke ladingdrager moet statistisch onafhankelijk zijn van de beweging van alle andere ladingdragers. Voorbeelden van stromen die een onverzwakte hagelruis veroorzaken zijn de instelstromen van transistors, zij vormen dan ook één van de belangrijkste ruisbronnen in deze componenten.

4.3.2. *Hagelruis bij doorlaatvoorspanning*

Bij doorlaatvoorspanning kunnen we de diodestroom in twee fysisch duidelijk verschillende componenten verdelen. Op basis van de diodevergelijking:

$$I = I_0\{\exp(eU/kT) - 1\} \tag{4.12}$$

zijn deze

$$I_1 = -I_0 \tag{4.13}$$

$$I_2 = I_0 \exp(eU/kT) \tag{4.14}$$

waarin I_1 de verzadigingsstroom in de tegenrichting is, welke door de thermische vrijmaking van minderheidsdragers aan weerskanten van de junctie wordt veroorzaakt, en I_2 het gevolg is van de diffusie van meerderheidsdragers tegen de potentiaalberg in. Deze diffusie verloopt eveneens in twee richtingen. De gemiddelde waarden van deze stromen zullen elkaar ten aanzien van de totale stroomdoorgang willen opheffen, maar de ruiscomponenten ervan zullen in 'effectieve' zin bij elkaar opgeteld moeten worden, omdat ze immers geen correlatie vertonen. Volgens de in fig. 4.1 getekende verlopen van de onverzwakte hagelruis, in combinatie met (4.11), geldt bij voldoende lage frequenties:

$$\begin{aligned} S_i(f) &= 2eI_0 + 2eI_0 \exp(eU/kT) \\ &= 2eI_0\{\exp(eU/kT) + 1\} \end{aligned} \tag{4.15a}$$

De frequentielimiet wordt weer door de oversteektijd van de ladingdragers bepaald, maar deze is bij doorlaatvoorspanning op de junctie natuurlijk niet hetzelfde als bij tegenvoorspanning.

Met behulp van (4.12) kunnen we (4.15a) vereenvoudigen tot

$$S_i(f) = 2e[2I_0 + I] \tag{4.15b}$$

Bij tegenvoorspanning geldt $I = -I_0$, zodat (4.15b) in overeenstemming met (4.11a) overgaat in $S_i(f) = 2eI_0$. Bij grote doorlaatvoorspanning is I veel groter dan I_0, zodat $S_i(f)$ dan bij benadering wordt:

$$\begin{aligned} S_i(f) &\approx 2eI \\ &\approx 2kTg \end{aligned} \tag{4.16}$$

waarin g de differentiële geleidbaarheid bij het werkpunt voorstelt:

$$g \equiv \frac{\partial I}{\partial U} \approx \frac{e}{kT} I$$

De gevolgtrekking hieruit is dat een pn-junctie met grote doorlaatvoorspanning wordt gekenmerkt door een onverzwakte hagelruis van de gemiddelde stroomsterkte.

Bij voorspanning nul, met andere woorden met de junctie in de (thermische) evenwichtssituatie, compenseren de twee stromen I_1 en I_2 in (4.13) en (4.14) elkaar gemiddeld, maar hun ruiscomponenten zijn dan ook nog onafhankelijk van elkaar, zodat ze in middelbare zin bij elkaar moeten worden opgeteld. Dit levert voor de stroom over de junctie het in fig. 4.2a getekende beeld. Uit (4.15) blijkt dat de spectrale dichtheid bij voldoende lage frequenties wordt gegeven door (zie ook fig. 4.2b)

$$S_i(f) = 4eI_0 \tag{4.17}$$

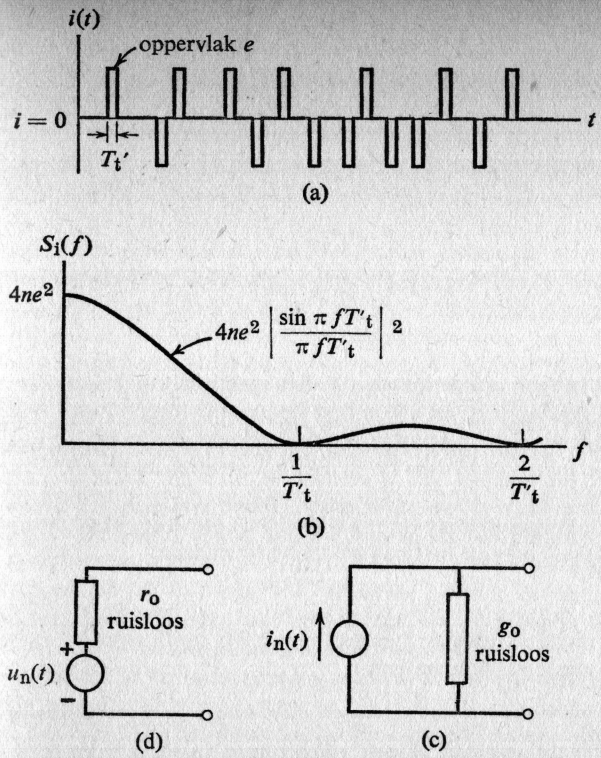


Fig. 4.2. Hagelruis in een pn-junctiediode bij voorspanning nul: a. stroom door de ruimteladingslaag; b. spectrale dichtheid: c. Norton-vervanging; d. Thévenin-vervanging.

De ruis komt dus volkomen overeen met de hagelruis van een gelijkstroom die tweemaal zo groot is als de verzadigingsstroom van de diode. Aangezien er in de veronderstelde situatie met voorspanning nul natuurlijk geen gelijkstroom vloeit, is het praktisch om I_o in (4.17) te elimineren door het geheel in de differentiële geleidbaarheid van de diode uit te drukken. Door (4.12) te differentiëren krijgen we:

$$g_o = \left.\frac{dI}{dU}\right|_{U=0} = \frac{I_o e}{kT}; \quad \text{ofwel} \quad I_o = kTg_o/e \tag{4.18}$$

Dit levert voor (4.17):

$$S_i(f) = 4kTg_o \tag{4.19}$$

Voor kleine fluctuaties om $U = 0$ kunnen we de ruis en de *UI*-betrekking weergeven door een Norton-vervangingsschema (in het tijdgebied); een dergelijk model is in fig. 4.2c afgebeeld. De ruisbron $i_n(t)$ is per definitie de kortsluitruisstroom, met de in fig. 4.2b voorgestelde spectrale dichtheid.

Zouden we de middelbare waarden van de kortsluitstroom aan de klemmen van het in fig. 4.2c getekende ruismodel meten, dan zou dit volgens (4.9) en (4.19) het volgende resultaat leveren:

$$\overline{i_n^2(t)} = \int_f^{f+\Delta f} S_i(f)\,\mathrm{d}f \approx 4kTg_0\Delta f \tag{4.20}$$

waarin we eenvoudigheidshalve hebben aangenomen dat het meetinstrument alle frequenties binnen een zekere band Δf doorlaat, en alle andere frequenties tegenhoudt. (Wat men in de praktijk zou meten met een echt meetapparaat met geleidelijke in plaats van abrupte bandgrenzen kunnen we met behulp van de in par. 4.6 gegeven methoden bepalen).

De Thévenin-vervanging van de ruisschakeling (in het tijdgebied), fig. 4.2d, heeft, zoals gemakkelijk is in te zien, een spanningsbron met een middelbare waarde:

$$\overline{u_n^2(t)} = 4kTr_0\,\Delta f \tag{4.21}$$

Uit (4.21) volgt dat de spectrale dichtheid van de ruisspanningsbron, $u_n(t)$, over het hele bereik dat ons interesseert een waarde zal hebben van

$$S_u(f) = 4kTr_0 \tag{4.22}$$

Een belangrijk punt is hierbij dat de waarden van de ruisbronnen in fig. 4.2c en 4.2d, die voor thermisch evenwicht gelden, uitsluitend van kT en de differentiële weerstand van de diode afhangen.

4.3.3. *Weerstandsruis*

Als we een 'ruisende' diode in de thermische *evenwichtssituatie* (voorspanning nul) met een ruisloze weerstand verbinden, zou de dioderuisbron de ruisloze weerstand moeten verwarmen. De tweede hoofdwet van de thermodynamica zegt echter dat als weerstand en diode zich bij dezelfde temperatuur in thermisch evenwicht bevinden, er geen netto-overdracht van ruisvermogen tussen kan optreden, ongeacht het frequentie-interval waartoe hun onderlinge contact door verliesloze filters zou worden beperkt. De enige oplossing is dus dat *alle weerstanden zelf ook een inherente ruis vertonen.* De ruis van een weerstand bij *thermisch evenwicht* noemt men de *weerstandsruis.* Het is niet moeilijk aan te tonen dat als twee weerstanden met de waarden r_1 en r_1 (en de Thévenin-equivalente ruisspanningen $\overline{u_1^2} = 4kTr_1\,\Delta f$ en $\overline{u_2^2} = 4kTr_2\,\Delta f$) worden verbonden, er geen netto-overdracht van

ruisvermogen optreedt, zodat aan de tweede hoofdwet wordt voldaan. De modellen in fig. 4.2c en 4.2d gelden dus voor elk willekeurig lineair of niet-lineair element, mits dit zich in *thermisch evenwicht bevindt bij een temperatuur T, en het voorzover dit de ruis betreft als lineair mag worden opgevat.*

Bij de interpretatie van de dioderuis hebben we de keuze uit verschillende mogelijkheden. We kunnen deze beschouwen als de hagelruis die met de doorgang van de twee onafhankelijke stromen I_1 en I_2 gepaard gaat [zie (4.13) en (4.14)], *ofwel* we kunnen de ruis opvatten als de 'weerstandsruis' van de differentiële diodeweerstand. Het gaat hierbij om precies *dezelfde evenwichtsverschijnselen,* alleen het standpunt van waaruit deze worden bezien verschilt. In het algemeen echter houdt het begrip 'hagelruis' in dat er een *gerichte* beweging optreedt met door het toeval verdeelde overgangen, terwijl het begrip 'weerstandsruis' of 'evenwichtsruis' inhoudt dat zowel de *richting* als de absolute waarde van de beweging een door het toeval bepaald karakter hebben.

Onze 'afleiding' van de weerstandsruis [zie (4.21)] en [4.22)] aan de hand van een pn-junctie bij voorspanning nul, wekt wellicht de indruk dat het resultaat alleen geldt voor frequenties waarbij de hagelruisbeschrijving van de diodecomponentstromen toegepast mag worden. Deze implicatie zou echter onjuist zijn. Eigenlijk zou de weerstandsruis *thermische-evenwichtsruis* moeten heten, het is een zeer fundamenteel aspect van de fluctuatie van thermodynamische systemen bij thermisch evenwicht. In feite is het zo beschikbare ruisvermogen van elk willekeurig energiedissiperend systeem dat zich bij een temperatuur T in thermisch evenwicht bevindt, volgens de thermodynamica wordt gegeven door kT watt per cyclus van het meetbereik (tot zeer hoge frequenties toe $\approx kT \cdot h^{-1}$; waarin h de constante van Planck $= 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J · s). Ons ruismodel voor de pn-junctie bij voorspanning zou dus beslist een verkeerd beeld hebben gegeven als het bij voorspanning nul *niet* tot (4.21) en (4.22) zou hebben geleid.

Let echter op het interessante feit dat de effectieve waarde van de ruisstroom *bij voorspanning* in (4.16) slechts een half maal zo groot is als we voor hetzelfde frequentie-interval zouden verwachten voor een weerstand in thermisch evenwicht bij dezelfde temperatuur, waarvan de waarde gelijk is aan de differentiële diodeweerstand.

Naast de junctie bezit een echte diode nog gebieden die zich in thermisch evenwicht bevinden, ondanks het feit dat de doorlaatstroom er doorheen vloeit. Deze gebieden vertonen een weerstandsruis [zie (4.20) of (4.21)] die onafhankelijk is van de door (4.15) gegeven hagelruis van de junctie. De temperatuur van deze resistieve gebieden kan uiteraard die van de omgeving overtreffen doordat Joulese warmte vrijkomt; de weerstandsruis wordt dan bepaald door de plaatselijke weerstand en temperatuur binnen deze gebieden.

4.3.4. *Flikkerruis*

Er bestaat een belangrijk ruisverschijnsel dat een spectrale dichtheid heeft die ruwweg evenredig is met $1/f$. Dit ruistype zal bij lage frequenties onherroepelijk gaan overheersen, normaliter beneden ca. 1000 Hz, maar soms nog tot ver binnen det MHz-gebied. Helaas kunnen we dit ruistype niet nauwkeurig voorspellen, terwijl het zich bovendien minder

goed voor een fysische analyse leent dan de andere ruistypen, weerstands- en hagelruis.

Het is bekend dat deze *flikkerruis* ook wel $1/f$-ruis genoemd, het gevolg is van vrijmaking of recombinatie van ladingdragers op het oppervlak, hoewel er daarnaast nog andere fysische oorzaken voor kunnen zijn, met name temperatuurschommelingen. Zo kan een temperatuurverandering van slechts 0,001 °C al een spanningsfluctuatie van de doorlaatvoorspanning op een diode met zich meebrengen van 2 à 3 μV.

Het is zoals gezegd lastig om de mate van flikkerruis te voorspellen, maar het is natuurlijk altijd mogelijk om de flikkerruis van een gegeven component te meten en de resultaten hiervan in een vervangingsschema op te nemen. Gelukkig is het in de regel zo dat de toegepaste methoden voor kwaliteitsverbetering en het terugdringen van hagel- en weerstandsruis eveneens tot een verlaging van de flikkerruis leiden.

4.4. RUISBRONNEN IN EEN TRANSISTOR

4.4.1. *Inleiding*

De belangrijke ruisbronnen in een transistor komen overeen met die in de diode; het enige nieuwe probleem is hoe we de ruis die verband houdt met de wisselwerking van de twee juncties in rekening moeten brengen. Het voornaamste doel van deze paragraaf is dan ook de ontwikkeling van modellen voor de berekening van het ruisgedrag van transistors voor kleine signalen. Om de analyse eenvoudiger te houden gaan we hierbij van de werking bij gemeenschappelijke-emitteraansluiting, uitgedrukt in termen van ruisgeneratoren in het hybride-π-model.

4.4.2. *Hagelruis ten gevolge van de instelstromen*

We hebben er al op gewezen dat we de onverzwakte hagelruis van een pn-junctiediode aan de beide afzonderlijke componenten van de stroom kunnen toeschrijven. Redelijkerwijs mogen we daarom verwachten dat ook de verschillende instelstroomcomponenten van de transistor door onverzwakte hagelruis gekenmerkt zijn. Het gaat er hierbij dan ook voornamelijk om de juiste plaats van de hagelruisgeneratoren in het hybride-π-model te vinden, en daarnaast om de eventuele correlatie tussen deze generatoren te bepalen.

We nemen aan dat de transistor een pnp-opbouw heeft, waarvan de gelijkstroomkarakteristieken door de Ebers-Moll-vergelijkingen worden voorgesteld:

$$\begin{aligned} I_E &= I_{ES}\{\exp(eU_{EB}/kT) - 1\} - a_{bR}I_{CS}\{\exp(eU_{CB}/kT) - 1\} \\ I_C &= -a_{bF}I_{ES}\{\exp(eU_{EB}/kT) - 1\} + I_{CS}\{\exp(eU_{CB}/kT) - 1\} \end{aligned} \tag{4.23}$$

Verder gaan we er om te beginnen van uit dat de emitter- en collectorrendementen van de transistor beide 1 zijn, zodat de *gehele* longitudinale stroomdoorgang voor rekening van het gatentransport komt.

Om nu een ruismodel te vinden met niet gecorreleerde ruisbronnen, moeten we de verschillende instelstromen in fysisch gescheiden componenten splitsen, en dan voor elke

afzonderlijke groep gaten een aparte ruisgenerator opstellen. Om te beginnen kunnen we (4.23) toepassen om uitdrukkingen te vinden voor I_E, I_C en I_B, waarbij we aannemen dat de transistor zich in het actieve gebied bevindt, $(eU_{CB}/kT) \ll -1$ en we verder de reciproke betrekking $a_{bF}I_{ES} = a_{bR}I_{CRS}$ gebruiken. Dit levert:

$$I_E = a_{bF}I_{ES}\exp(eU_{EB}/kT) + (1 - a_{bF})I_{ES}\exp(eU_{EB}/kT) - I_{ES}(1 - a_{bF}) \quad (4.24a)$$

$$I_C = -a_{bF}I_{ES}\exp(eU_{EB}/kT) - I_{CS}(1 - a_{bR}) \quad (4.24b)$$

$$I_B = -(1 - a_{bF})I_{ES}\exp(eU_{EB}/kT) + I_{ES}(1 - a_{bF}) + I_{CS}(1 - a_{bR}) \quad (4.24c)$$

Op grond van verg. 4.24 kunnen we vier afzonderlijke stroomcomponenten onderscheiden:

$$I_1 = a_{bF}I_{ES}\exp(eU_{EB}/kT)$$

$$I_2 = (1 - a_{bF})I_{ES}\exp(eU_{EB}/kT)$$

$$I_3 = I_{ES}(1 - a_{bF})$$

$$I_4 = I_{CS}(1 - a_{bR})$$

Hiermee kunnen we (4.24) vereenvoudigen tot:

$$I_E = I_1 + I_2 - I_3 \quad (4.24d)$$

$$I_C = -I_1 - I_4 \quad (4.24e)$$

$$I_B = -I_2 + I_3 + I_4 \quad (4.24f)$$

Merk op dat I_1, I_2, I_3 en I_4 altijd positieve grootheden zijn, omdat a_{bF}, a_{bR}, I_{ES} en I_{CS} per definitie positieve getallen zijn.

De stromen I_1, I_2, I_3 en I_4 kunnen in termen van een transport van geladen deeltjes worden geïnterpreteerd, zoals dat in fig. 4.3a in beeld is gebracht. De vier groepen gaten van de stromen I_1 tot en met I_4 hebben de volgende fysische oorzaken:

I_1 – Gaten die door de emitter in de basis worden geïnjecteerd, vanwaar ze naar de collector toe gaan. Dit is verreweg de grootste gatengroep.

I_2 – Gaten die door de emitter in de basis worden geïnjecteerd en daar recombineren. Deze gaten zijn, naast die in groep 1, in de regel de belangrijkste.

I_3 – Gaten die thermisch worden vrijgemaakt in de basis en in de emitter worden geïnjecteerd. Uit (4.24a) blijkt dat $-I_3$ de emitterstroom is die bij $U_{EB} \ll 0$ vloeit, dat wil zeggen bij tegenvoorspanning op beide juncties. Onder deze omstandigheden is de stroom natuurlijk kleiner dan I_{EBO}, een aspect dat aan de hand van fysische overwegingen kan worden verklaard, of ook door eraan te denken dat $I_{EBO} = I_{ES}(1 - a_{bF}a_{bR})$ zodat $I_3 < I_{EBO}$.

I_4 – Gaten die thermisch worden vrijgemaakt in de basis en in de collector worden geïnjecteerd. Dit is de collectorstroom die nog vloeit als over beide juncties een tegenvoorspanning staat. $I_4 < I_{CBO}$, zoals blijkt uit een argumentatie die analoog is aan de hierboven voor I_3 gegeven redenering.

De overgang van afzonderlijke ladingdragers over de potentiaalbergen van de juncties wordt gevormd door een groot aantal onderling onafhankelijke, door het toeval bepaalde

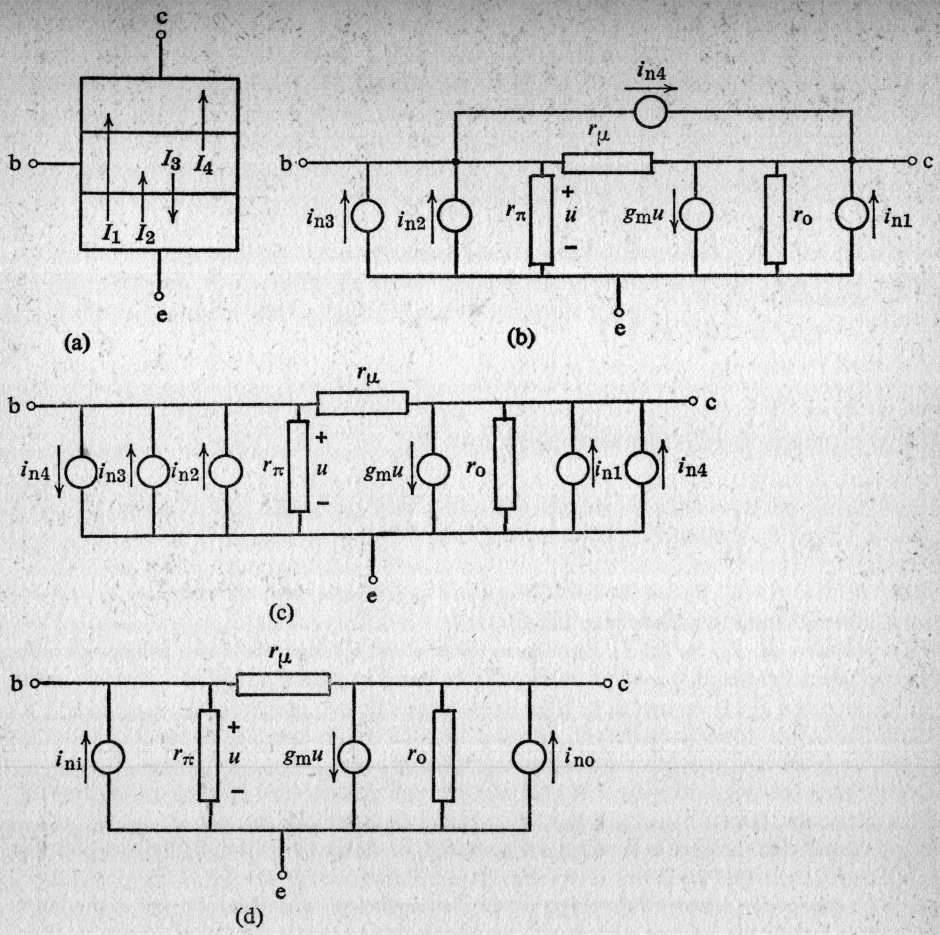


Fig. 4.3. Hagelruismodellen van een junctietransistor (lagentransistor), waarbij r_x is verwaarloosd: a. gatenstromen in een geïdealiseerde pnp-transistor; b. ruismodel, gebaseerd op (a); c. ruismodel waarin generator i_{n4} verplaatst is; d. vereenvoudigde versie van (c), waarbij is aangenomen dat $|I_C| \gg I_3 + I_4$

voorvallen. De gelijkstroom die met dit deeltjestransport gepaard gaat zal daarom een onverzwakte hagelruis veroorzaken voor frequenties tot ca. $1/10\ T_t$, en wel voor elke junctie apart. We kunnen de ruis voorstellen door vier aparte, niet gecorreleerde ruisgeneratoren die tussen de betreffende klemmen worden aangesloten, op de wijze van fig. 4.3b.

Merk op dat precies als in het geval van de junctiediode, bepaalde gelijkstroomcomponenten elkaar ten aanzien van de totaalstroom kunnen compenseren, maar dat de hagelruisbijdragen in effectieve zin moeten worden *opgeteld*. Om op dit aspect de nadruk te leggen hebben we I_1, I_2, I_3, en I_4 zo gedefinieerd dat het *altijd positieve grootheden* zijn.

We hebben al aangetoond dat de spectrale dichtheid van de hagelruis die met een stroom I gepaard gaat, is:

$$S_i(f) = 2eI \tag{4.25}$$

Uitgaande van (4.24) kunnen we dus de volgende spectrale dichtheden voor de ruisbronnen in fig. 4.3 opstellen:

$$S_{i1}(f) = 2ea_{bF}I_{ES}\exp(eU_{EB}/kT) \tag{4.26a}$$
$$S_{i2}(f) = 2e(1 - a_{bF})I_{ES}\exp(eU_{EB}/kT) \tag{4.26b}$$
$$S_{i3}(f) = 2eI_{ES}(1 - a_{bF}) \tag{4.26c}$$
$$S_{i4}(f) = 2eI_{CS}(1 - a_{bR}) \tag{4.26d}$$

Voor de meeste doeleinden kunnen we echter een benadering invoeren waardoor de ruisgenerator tussen basis en collector wordt geëlimineerd. Allereerst vervangen we de generator i_{n4} door twee gelijke generatoren, één tussen basis en emitter en de andere tussen emitter en collector, zoals in fig. 4.3c is getekend. Gezien het feit dat de beide i_{n4}-generatoren in dit schema volledig gecorreleerd zijn, is fig. 4.3c volkomen equivalent aan fig. 4.3b.

Bevindt de transistor zich in het actieve gebied, dan is $|I_C| \gg I_{CBO}$. Onder deze omstandigheden mogen we i_{n4} ten opzichte van i_{n1} bij de uitgang verwaarlozen, en de uitgangsruis door één bron i_{n0} voorstellen met een spectrale dichtheid

$$\begin{aligned} S_{i(\text{uitgang})} \approx S_{i1}(f) &= 2e\,|I_1| \\ &\approx 2e\,|I_C| \end{aligned} \tag{4.27}$$

zoals in fig. 4.3d in beeld is gebracht. (Het is bij onze analyse gewenst om i_{n4} van de uitgangsruisbron te elimineren, om elke correlatie tussen de ingangs- en uitgangsruisbronnen uit te schakelen.)

De ingangsruisbronnen i_{ni} in fig. 4.3d stelt de gecombineerde werking van i_{n2}, i_{n3} en i_{n4} voor. Omdat deze drie bronnen niet gecorreleerd zijn is de spectrale dichtheid van i_{ni}:

$$\begin{aligned} S_{i(\text{ingang})} &= 2e(I_2 + I_3 + I_4) \\ &\equiv 2eI_B' \end{aligned} \tag{4.28}$$

waarin we gemakshalve I_B' hebben ingevoerd, een *positieve* grootheid die gelijk is aan

$$I_B' \equiv I_2 + I_3 + I_4$$

De twee ruisgeneratoren i_{ni} en i_{no} in fig. 4.3d zijn nu evenredig met I_B' respectievelijk $|I_C|$.

Een alternatieve methode om de ruisgeneratoren uit te drukken in de middelbare stroomsterkten welke binnen een bandbreedte Δf worden gemeten, is:

$$\overline{i_{ni}^2} = 2eI_B' \, \Delta f \tag{4.29}$$

$$\overline{i_{no}^2} = 2e \, |I_C| \, \Delta f \tag{4.30}$$

Volgens (4.24f) kunnen we I_B' ook schrijven als:

$$I_B' = -I_B + 2(I_3 + I_4) \tag{4.31a}$$

$$= -I_B + 2 \, [I_{ES}(1 - a_{bF}) + I_{CS}(1 - a_{bR})] \tag{4.31b}$$

Fysisch gezien is $(I_3 + I_4)$ de stroom die door thermische paarvorming in de basis wordt veroorzaakt; dikwijls mogen we deze term verwaarlozen, zodat dan geldt $I_B' = -I_B$. In germanium transistors kan $(I_3 + I_4)$ bij lage instelstromen echter wel een merkbare invloed uitoefenen. Voorzover de Ebers-Moll-vergelijkingen gelden, is $(I_3 + I_4)$ de totale basisstroom die optreedt als over emitter- en collectorjuncties beide een tegenvoorspanning staat.

Uit (4.28) of (4.29) blijkt duidelijk dat de ruis die met $(I_3 + I_4)$ gepaard gaat een minimale ruis voorstelt, die niet kan worden verlaagd door eenvoudig met een kleinere collectorstroomsterkte te werken. Silicium transistors hebben dus een belangrijk voordeel boven germanium uitvoeringen als het er om gaat een lage ruis te bereiken bij werking omstreeks kamertemperatuur.

De uitdrukkingen voor de twee ruisgenerators veranderen niet als we het model generaliseren door daarin ook het elektronentransport op te nemen. Verder wordt het model evenmin veranderd door het optreden van een recombinatiestroom bij de emitter-basisjunctie; ook deze stroom is door onverzwakte hagelruis gekenmerkt.

4.4.3. *De ruis van de basisweerstand*

Zou de ohmse basisweerstand van een transistor buiten het actieve basisdeel zijn gelegen, dan was de voorstelling van de ruisbijdrage ervan in het model een eenvoudige zaak. Uitgaande van een extrinsieke basisweerstand r_x zouden we dan een ruisgenerator u_{nx} in serie met de basisaansluiting opnemen, op de wijze van fig. 4.4a. De spectrale dichtheid van deze bron zou steeds de waarde $S_{u(extr)} = 4kTr_x$ houden. Bij matig hoge voorspanningen is een dergelijke handelwijze verantwoord, omdat het grootste deel van de transistorwerking nabij de rand van het emittergebied is geconcentreerd, en de extrinsieke basisweerstand dan belangrijker is dan de weerstand binnen het actieve basisdeel. Zoals echter nog zal blijken zijn voor het bereiken van een lage ruis ook lage instelstroomniveaus nodig, zodat het belangrijk is om het verdeelde karakter van de basisweerstand in rekening te kunnen brengen.

We nemen aan dat de transistor een emitterpatroon heeft dat uit strips is opgebouwd, zoals die van fig. 1.6 en 1.10a. Eenvoudigheidshalve zullen we de transistor voorstellen door het in fig. 4.4b getekende geconcentreerde model met n secties.

Hierin is verondersteld dat de basis in n dunne plakjes (secties) is verdeeld, terwijl r_B

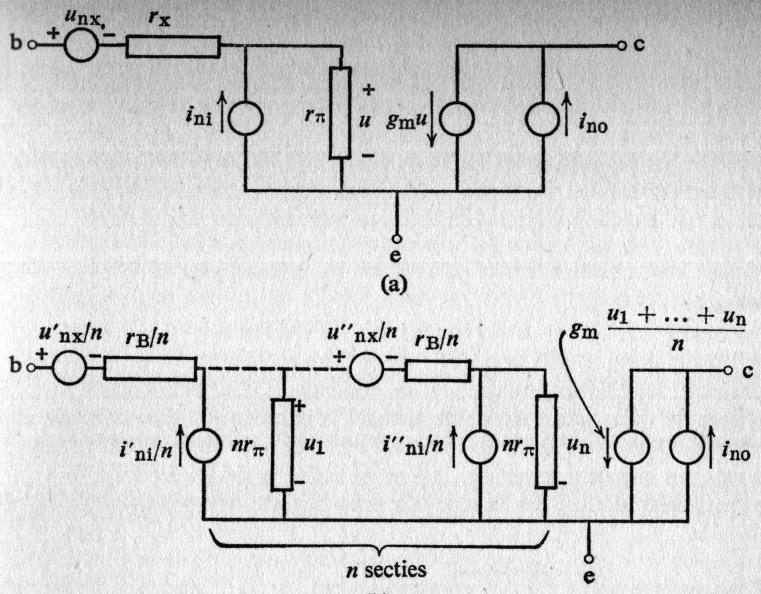


Fig. 4.4. Ruismodellen van een transistor: a. eenvoudig model, waarin r_x extrinsiek is verondersteld, en $r_\mu = r_o = \infty$; b. geconcentreerde voorstelling van de verdeelde basisweerstand.

de totale basisweerstand voorstelt, zoals in (1.19b). Verder wordt hierin de afknijping van de emitter buiten beschouwing gelaten. Het in fig. 4.4a gegeven model kan geen goed beeld geven van de verdeelde basisweerstand zoals die in fig. 4.4b is geïmpliceerd, al is er wel veel rekenwerk nodig om dit exact aan te tonen. De waarde van r_x die de juiste ingangsimpedantie levert, geeft ons in het algemeen niet de juiste waarde van de ruisgenerator. Bij lage instelstromen mogen we echter aannemen dat $r_x \gg r_B$, en in dit geval is een rechtstreekse berekening mogelijk waaruit blijkt dat:

$$r_x = r_B \frac{(n+1)(2n+1)}{6n^2}$$

Onder deze omstandigheden kan men de modellen in fig. 4.4a en 4.4b met elkaar in overeenstemming brengen. Voor het verdeelde geval waarbij n naar oneindig gaat, geldt volgens deze vergelijking $r_x = r_B/3$.

Voor lage en matig hoge collectorstroomniveaus (gelijkstroom), levert het model in fig. 4.4a zodoende een nauwkeurige voorstelling van de belangrijke ruisbronnen in een transistor, mits de flikkerruis verwaarloosd mag worden (dat wil zeggen f groter dan ruwweg 1 kHz) en het resistieve hybride-π-model geldt.

4.5.1. *Inleiding*

Bij de ruisanalyse van getransistoriseerde versterkers gaat het ons om de betrekking tussen het vermogen van de ruisbronnen en het vermogen dat de signaalbron kan leveren. In deze paragraaf zullen we het ruisgedrag voorstellen door een parameter die de (equivalente) *ruistemperatuur* heet, en die met behulp van de ruismodellen uit de vorige paragraaf kan worden berekend. De ruistemperatuur houdt direct verband met een andere veelgebruikte parameter F, de *ruisfactor*, die in par. 4.5.6 kort wordt besproken.

4.5.2. *De ruistemperatuur*

In fig. 4.5a is een 'ruisende' versterker getekend, die met de Thévenin-vervanging van een bron is verbonden De spanning u_s stelt het signaal voor dat we versterkt bij de versterkeruitgang willen reproduceren. De weerstand R_s, is de equivalente Théveninweerstand van de bron, dat wil zeggen de waarde van R_s wordt bepaald volgens de standaardmethoden.

De bron zal onvermijdelijk een zekere ruis met zich meebrengen; bestaat deze bijvoorbeeld uit de spoel van een elektromagnetisch opnemerelement (pickup-element), dan zal de weerstand van de spoelwikkeling een zekere ruis veroorzaken. We willen nu de ruis-

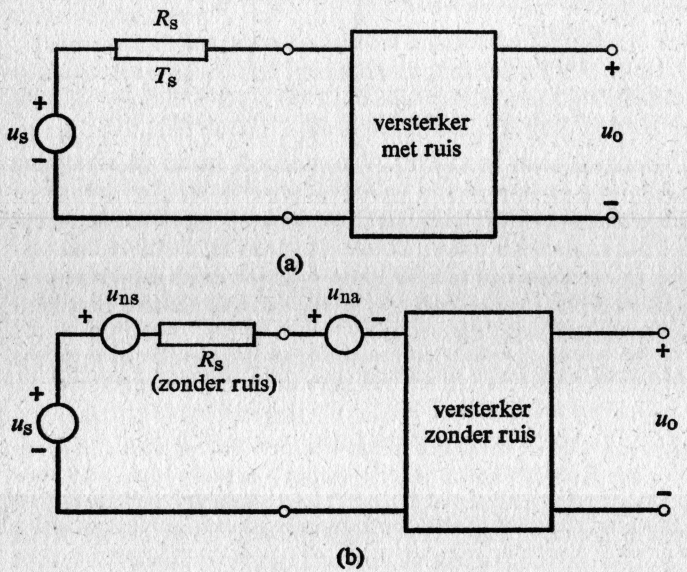


Fig. 4.5. Thévenin-voorstelling van de versterkerruis: a. versterker verbonden met de Théveninvervanging van de bron; b. schakeling waarin alle ruis ten opzichte van de ingang is uitgedrukt.

bron voorstellen door de bronweerstand een bepaalde temperatuur toe te kennen, dat wil zeggen we definiëren een *bronruistemperatuur* T_s, die het volgende verband vertoont met de spectrale dichtheid van de open-kring bronspanning:

$$T_s(f) \equiv S_u(f)/4kR_s \tag{4 32a}$$

In het geval van de pickup-spoel zou de bronruistemperatuur T_s zeer dicht bij de omgevingstemperatuur van de bron kunnen liggen, maar dat is geenszins een noodzakelijke of zelfs maar gebruikelijke situatie. Zo kan de antenne van een satelliet een effectieve ruistemperatuur hebben van enkele graden Kelvin, ook al kan de temperatuur van het materiaal vrij wat hoger oplopen. Verder kan de ruistemperatuur een functie zijn van de frequentie, zoals in par. 4.6 zal blijken. Kortom, de ruistemperatuur van een bron is eenvoudig een handige parameter om de ruisspanning of -stroom van die bron voor te stellen.

Als de spectrale dichtheid over het frequentiebereik dat ons interesseert, een horizontaal verloop vertoont, zal T_s onafhankelijk zijn van de frequentie, zodat we T_s dan in de middelbare spanning van de bron kunnen uitdrukken. Dat wil zeggen, we definiëren T_s dan zodanig dat de middelbare open-kring bronspanning bij meting door een apparaat met bandbreedte Δf wordt gegeven door

$$\overline{u_{ns}^2} = 4kT_sR_s\,\Delta f \tag{4.32b}$$

De ruistemperatuur is een nuttige parameter omdat deze door een ideale transformator niet wordt veranderd. Zo zal de ruisspanning van een weerstand na omvorming door een ideale transformator met een wikkelverhouding n weliswaar met n zijn vermenigvuldigd, maar de ruistemperatuur blijft daarbij onveranderd.

Naast de bronruis zal er altijd een zekere ruis optreden, die uit de versterker afkomstig is. Een praktische manier om de versterkerruis weer te geven, is om een *versterkerruistemperatuur* T_a *in te voeren, gedefinieerd als de temperatuur die bij toevoeging aan* T_s *de ruis van de bronweerstand* R_s *alléén gelijk maakt aan de totale ruis van versterker plus bron.* We kunnen dit idee aan de volgende situatie demonstreren. Stel dat de spanningsversterking van het geheel, gedefinieerd als $A_u = U_o/U_s$, onafhankelijk is van de frequentie, en dat de middelbare waarde van de totale uitgangsspanning (ook nu gemeten door een apparaat met bandbreedte Δf) $\overline{u_o^2}$ is. Verder nemen we aan dat de versterkerruis niet gecorreleerd is met de bronruis, zoals bijna altijd het geval is. We kunnen de middelbare uitgangsspanning dan als volgt schrijven:

$$\overline{u_o^2} = \overline{[A_u(u_s - u_{ns} - u_{na})]^2} = A_u^2\overline{u_s^2} + A_u^2\overline{u_{ns}^2} + A_u^2\overline{u_{na}^2} \tag{4.33}$$

Hierin is $\overline{u_s^2}$ de middelbare signaalspanning, $\overline{u_{ns}^2}$ de middelbare ruisspanning van de bron en $\overline{u_{na}^2}$ de middelbare ruis van de versterker, uitgedrukt als een *equivalente ingangsruisspanning*, zoals in fig. 4.5b is getekend. Het ligt voor de hand dat we hiervoor een enkele ruisspanning u_e bij de ingang, in serie met R_s, moeten kunnen vinden waarvan de waarde zodanig is dat we bij de uitgang van de versterker dezelfde ruis krijgen als die

welke door de ruis van bron en versterker apart wordt veroorzaakt. We kunnen (4.33) dan als volgt schrijven:

$$\overline{u_o^2} = A_u^2[\overline{u_s^2} + \overline{u_e^2}] \tag{4.34a}$$

Als we nu de ruisspanning u_e koppelen aan de bronweerstand R_s door een nieuwe temperatuur $(T_s + T_a)$ te definiëren die zodanig is dat de weestand R_s alléén alle ruis binnen het systeem in rekening brengt, wordt verg. 4.34a:

$$\overline{u_o^2} = A_u^2[\overline{u_s^2} + 4k(T_s + T_a)R_s \Delta f] \tag{4.34b}$$

(aannemende dat de bronruis een horizontaal verlopend spectrum heeft, zodat T_s niet van de frequentie afhangt). De temperatuur T_a is per definitie de versterkerruistemperatuur. Het zal duidelijk zijn dat T_a een functie kan zijn van diverse parameters, waaronder in het bijzonder de bronweerstand R_s, de werkpunten van alle transistors, en de temperaturen van de versterkeronderdelen. Denk eraan dat T_a een *fictieve* temperatuur is en zowel veel lager als veel hoger kan liggen dan de feitelijke temperatuur van de versterker.

Men dient goed in te zien dat de versterkerruistemperatuur eveneens in termen van de kortsluituitgangsstroom van de versterker kunnen afleiden, in plaats van de open-kring spanning. Het resultaat zou hetzelfde zijn, omdat de ruistemperatuur de *relatieve* invloed van versterkerruis en bronruis aangeeft. We zouden zelfs een willekeurige belasting van de versterker kunnen invoeren zonder dat de uitkomst hierdoor wordt veranderd, zolang voor alle uitgangsberekeningen maar dezelfde belasting wordt gebruikt. Even belangrijk is het feit dat T_a gemakkelijker kan worden bepaald door aan te nemen dat $u_s = 0$ en $T_s = 0$, *mits er geen correlatie tussen de bronnen* u_s, u_{ns} en u_{na} *bestaat.*

De ideale situatie is, in het geval van een lage-ruisversterker, dat T_a veel kleiner is dan T_s. In de regel is een lage ruis echter niet het enige belangrijke punt van overweging, zodat men bij het versterkerontwerp dikwijls een compromis moet treffen tussen lage ruis en bijvoorbeeld een grote bandbreedte. Verder kunnen we T_a niet onbeperkt verlagen, zelfs al gebruiken we de best denkbare transistors en schakelingen. Het resterende deel van deze paragraaf is gewijd aan de berekening van de ruistemperatuur, alsmede methoden om deze zo laag mogelijk te maken.

4.5.3. *Vermindering van de ruis als* $r_x = 0$

Voor transistors die bij lage stroomsterkten werken wordt de voornaamste ruisbron gewoonlijk gevormd door de hagelruis. Laten we in eerste instantie uitgaan van het in fig. 4.6 afgebeelde versterkermodel. We nemen aan dat de frequentie laag genoeg is om het hybride-π-model te mogen gebruiken, waarin r_x en r_μ verwaarloosd worden. Verder nemen we aan dat de frequenties toch zo hoog zijn dat de $1/f$-ruis verwaarloosbaar is.

Bij dit model is het het gemakkelijkst om te werken met de middelbare kortsluitstroom binnen een bandbreedte Δf. Bij de berekening ervan nemen we aan dat $u_s = 0$ en $T_s = 0$, zodat $u_{ns} = 0$. Hiervan uitgaande vinden we voor $\overline{i_o^2}$:

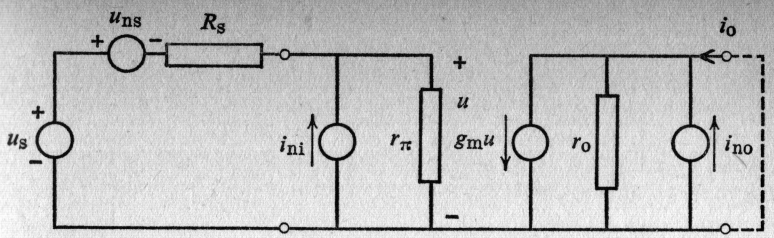


Fig. 4.6. Ruismodel van een gemeenschappelijke-emitterversterker, waarbij is aangenomen dat $r_x = 0$, $r_\mu = \infty$ en $f \approx 10$ kHz.

$$\overline{i_o^2} = \overline{[i_{ni} g_m (r_\pi \,||\, R_s) - i_{no}]^2} \tag{4.35a}$$

$$= \left(\frac{g_m r_\pi}{r_\pi + R_s}\right)^2 \left[\overline{i_{ni}^2} R_s^2 + \overline{i_{no}^2} \left(\frac{r_\pi + R_s}{g_m r_\pi}\right)^2\right] \tag{4.35b}$$

als we veronderstellen dat de bronnen niet gecorreleerd zijn. (4.35b) is zo geschreven dat de effectieve spanningen tussen de vierkante haken nu de betekenis hebben van spanningen 'ten opzichte van de versterkeringang'. Op basis van (4.34) wordt de ruistemperatuur van de versterker zodoende:

$$4kT_a R_s \, \Delta f = \overline{i_{ni}^2} R_s^2 + \overline{i_{no}^2} \left(\frac{r_\pi + R_s}{g_m r_\pi}\right)^2$$

Substitutie van de effectieve waarden uit (4.29) en (4.30) levert:

$$4kT_a R_s = 2eI_B' R_s^2 + 2e|I_C| \left(\frac{r_\pi + R_s}{g_m r_\pi}\right)^2 \tag{4.36a}$$

ofwel

$$\frac{T_a}{T} = \frac{eI_B' R_s}{2kT} + \frac{e|I_C| R_s}{2kT g_m^2} \left(\frac{1}{r_\pi} + \frac{1}{R_s}\right)^2 \tag{4.36b}$$

waarin T de werkelijke transistortemperatuur voorstelt. Gemakshalve zullen we I_B' en $|I_C|$ in g_m, h_{FE}' en a_{e0} uitdrukken, die als volgt zijn gedefinieerd:

$$g_m \equiv \frac{|I_C|}{kT/e}\,; \qquad h_{FE}' \equiv \frac{|I_C|}{|_B'}\,; \qquad a_{eo} \equiv g_m r_\pi \tag{4.37}$$

Hieruit volgt:

$$\frac{T_a}{T} \cong \frac{g_m R_s}{2h_{FE}'} + \frac{1}{2g_m R_s} + \frac{1}{\beta_0} + \cancel{\frac{g_m R_s}{2\beta_0^2}} \tag{4.38}$$

De laatste term in (4.38) mag ten opzichte van de eerste worden verwaarloosd, omdat a_{eo}^2 bijna altijd veel groter is dan h_{FE}'. Merk op dat er een duidelijk verschil bestaat tussen h_{FE}' en a_{eo}; de ene grootheid is de verhouding tussen twee directe stromen (en I_B' is zelfs niet de werkelijke basisstroom I_B), terwijl de andere de differentiële stroomversterking is.

Uit (4.38) blijkt dat T_a voor zowel zeer kleine als zeer grote R_s-waarden zelf groot zal zijn, met een kleinere R_s-afhankelijkheid tussen deze extremen in. Om de minimale afhankelijkheid van R_s te bereiken moeten we een bronweerstandswaarde $R_{s(opt)}$ gebruiken, zodanig dan $(\partial T_a/\partial R_s) = 0$. Dit is het geval als

$$\frac{\partial T_a}{\partial R_s} = T\left[\frac{g_m}{2h_{FE}'} - \frac{1}{2g_m R_s^2}\right] = 0$$

zodat

$$R_{s(opt)}^2 = h_{FE}'/g_m^2 \tag{4.39}$$

terwijl de overeenkomstige minimale ruistemperatuur wordt gegeven door

$$\frac{T_{a(min)}}{T} = \sqrt{\frac{1}{h_{FE}'}} + \frac{1}{a_{eo}} \approx \sqrt{\frac{1}{h_{FE}'}} \tag{4.40}$$

Laten we bij wijze van numeriek voorbeeld veronderstellen dat we een germanium transistor gebruiken met $I_C = -100\ \mu A$, $I_B = -0{,}5\ \mu A$ en $T = 290\ °K$. Veronderstel verder dat $(I_3 + I_4)$ in (4.31a) (de basisstroom bij tegenvoorspanning op beide juncties) is $0{,}25\ \mu A$. Dit levert dan $h_{FE}' = 100/(0{,}5 + 0{,}5) = 100$, zodat $T_{a(min)} = 29\ °K$. Om deze minimale T_a-waarde te bereiken moeten we $R_{s(opt)}^2 = 100/(0{,}004)^2$ gebruiken, ofwel $R_{s(opt)} = 2500\ \Omega$. De invloed van het verwaarlozen van de $1/a_{eo}$-term in (4.40) brengt slechts een fout van ong. $3\ °K$ met zich mee, terwijl de verwaarlozing van de laatste term in (4.38) een fout van minder dan $0{,}2\ °K$ veroorzaakt.

Bij een nadere beschouwing van de in (4.38) en (4.40) ingevoerde vereenvoudigingen, blijkt dat deze neerkomen op het oneindig stellen van r_π. De reden dat we de invloed van r_π in dergelijke ruisberekeningen mogen verwaarlozen, is in (4.36b) te zien. Als R_s klein is, gaat de hagelruisterm van de collectorstroom in de uitdrukking voor de ruistemperatuur overheersen, waardoor de waarde niet langer van r_π afhangt. Voor grote R_s wordt de uitdrukking van de ruistemperatuur overheerst door de hagelruisterm van de basisstroom, die eveneens onafhankelijk is van r_π.

We zouden uit (4.40) kunnen concluderen dat de enige belangrijke overweging ten aanzien van de minimale ruis wordt geleverd door het bereiken van een grote h_{FE}'-waarde. Dit zou ons er wellicht toe brengen om de collectorstroom op te voeren tot de waarde waarvoor h_{FE}' een maximum bereikt. In de praktijk zou de vereiste bronweerstand dan waarschijnlijk zeer laag zijn, bijna zeker kleiner dan de basisweerstand, die we hebben verwaarloosd. De bovenstaande analyse levert ons zodoende *niet* de juiste keuze van het *werkpunt* voor een minimale ruis. Wel kunnen we een zeker idee krijgen van de beste

transistortemperatuur T. Zo zal h_{FE}' bij een germanium pnp-transistor niet erg snel oplopen met de temperatuur. Bij lage stroomsterkten kan de invloed van de thermische paarvorming zelfs leiden tot een toeneming van h_{FE}' bij daling van de temperatuur. Dit heeft tot gevolg dat de transistor in de regel de laagste ruistemperatuur T_a vertoont bij een transistortemperatuur die beneden de normale kamertemperatuur ligt.

In het geval van een silicium-npn-transistor geldt $h_{FE}' \approx h_{FE}$, normaliter zal h_{FE} een stijging vertonen van ca.1% per graad Kelvin. $T/\sqrt{h_{FE}}$ neemt dan nog af bij stijgende temperatuur, zodat een hogere T een lagere T_a met zich meebrengt. Bij voldoende hoge temperaturen zal natuurlijk de thermische paarvorming een belangrijke rol gaan spelen; voor silicium bestaat er in de regel een optimale temperatuur, die iets boven de normale kamertemperatuur ligt.

Aangezien h_{FE}' geen zeer steile functie van werkpunt of temperatuur is, blijft als voornaamste voorwaarde voor een lage ruiswerking van de transistor over dat de gelijkstroomversterking ervan, h_{FE}, groot moet zijn, en I_{CBO} en I_{EBO} klein. In de praktijk kan men met siliciumtransistors tot h_{FE}-waarden van omstreeks 500 komen, waarmee zeer goede ruisprestaties kunnen worden verkregen. De echte moeilijkheden ontstaan pas als men lage ruis bij frequenties beneden ca. 1000 Hz moet bereiken, waarbij de $1/f$-ruis (flikkerruis) lastig gaat worden, of ook bij hoge impedantieniveaus (van de orde van $R_s > 1$ MΩ) waarvoor (4.39) zeer lage I_C-waarden verlangt, met een overeenkomstige verlaging van h_{FE}' en toeneming van $T_{a(min)}$. Onder deze omstandigheden biedt de veldeffecttransistor aanzienlijk betere perspectieven op een lage ruis.

4.5.4. *Optimale voorspanning om de ruis zo klein mogelijk te maken*

Om de optimale voorspanning te vinden, die tot een minimale ruis van de transistor leidt, moeten we de basisweerstand en de daarmee verbonden ruisgenerator in de berekeningen opnemen. Uitgaande van par.4.4.3 krijgen we dan het in fig.4.7a afgebeelde ruismodel voor de gemeenschappelijke-emitterversterker inclusief r_x. Het zal duidelijk zijn dat we de resultaten van par.4.5.3 op basis van dit model kunnen modificeren door hierin de volgende invloeden op te nemen: r_x moet bij R_s worden opgeteld, en u_{nx} bij u_{ns}, dit laatste in middelbare zin.

In plaats van de voorgaande afleiding hier nu nogmaals uit te voeren, zullen we een wat afwijkende weg volgen om een alternatieve manier te demonstreren voor de berekening van de ruistemperatuur. Uiteindelijk willen we alle ruisberekeningen terugvoeren op de versterkeringang, hetgeen ons op het idee brengt om de Thévenin-bron te berekenen waarmee de weerstand r_π wordt geconfronteerd, als de bronnen u_s en u_{ns} op nul worden gesteld. We hebben hiervoor in feite alleen de Thévenin-spanning bij open klemmen nodig:

$$u_{i1} = u_{nx} + i_{ni}(R_s + r_x)$$

De uitgangsruisbron kan eveneens tot de ingang worden herleid door op te merken dat een equivalente ingangsbron u_{i2} in serie met R_s in fig.4.7a een kortsluitstroom i_o zou

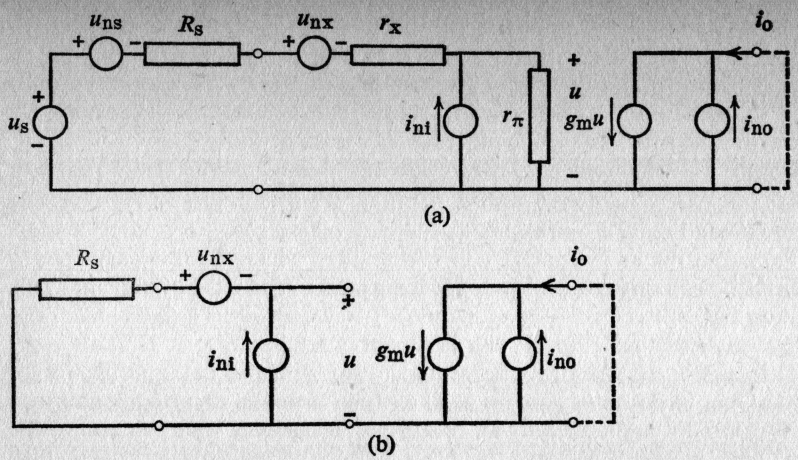


Fig. 4.7. Ruismodellen voor een gemeenschappelijke-emitterversterker, waarbij is aangenomen dat $r_\mu = \infty$ en $f \approx 10$ kHz: a. model compleet met r_x; b. vereenvoudigd model voor de berekening van T_a.

leveren die gelijk is aan:

$$i_o = u_{i2}\left(\frac{g_m r_\pi}{r_x + r_\pi + R_s}\right)$$

u_{i2} levert zodoende dezelfde uitgang als i_{no} indien:

$$u_{i2} = i_{no}\left[\frac{r_x + r_\pi + R_s}{g_m r_\pi}\right]$$

Om nu de ruistemperatuur te vinden stellen we de middelbare spanning van de bronweerstand R_s bij een temperatuur T_a gelijk aan de middelbare waarde van $(u_{i1} + u_{i2})$. Als alle bronnen niet gecorreleerd zijn geldt:

$$4kT_a R_s \,\Delta f = \overline{u_{nx}^2} + \overline{i_{ni}^2}\,(R_s + r_x)^2 + \overline{i_{no}^2}\left(\frac{r_x + r_\pi + R_s}{g_m r_\pi}\right)^2 \tag{4.41}$$

Door de middelbare waarden in de gelijkstromen uit te drukken krijgen we

$$4kT_a R_s = 2eI_B'(R_s + r_x)^2 + 2e|I_C|\left(\frac{r_x + r_\pi + R_s}{g_m r_\pi}\right)^2 + 4kTr_x \tag{4.42}$$

Als we aannemen dat $r_x \ll r_\pi$ en $r_x \ll R_s$, lijkt (4.42) zeer veel op (4.36a), met als enige verschil de extra term die het gevolg is van de ruis in r_x. Naar analogie van (4.38) krijgen we, als we evenals in het voorgaande geval de termen in a_{eo} verwaarlozen:

$$4kT_aR_S \approx 2eI_B'R_S^2 + 2e|I_C|\, g_m^{-2} + 4kTr_x \tag{4.43}$$

$$\frac{T_a}{T} \approx \frac{g_m R_S}{2h_{FE}'} + \frac{1}{2g_m R_S} + \frac{r_x}{R_S} \tag{4.44}$$

Bij een nadere beschouwing van (4.42) en 4.43) blijkt dat we bij het opstellen van (4.43) in feite de weerstand r_x zelf verwaarlozen, maar wel de ruis die erdoor wordt veroorzaakt in rekening brengen. (4.43) en (4.44) kunnen zodoende direct aan de hand van het vereenvoudigde model van fig. 4.7b worden berekend.

Het is niet moeilijk om aan de hand van (4.44) aan te tonen dat de minimale T_a-waarde ten aanzien van variaties in R_S wordt gegeven door:

$$\frac{T_{a(min)}}{T} \approx \sqrt{\frac{1 + 2g_m r_x}{h_{FE}'}} \tag{4.45}$$

en de overeenkomstige optimale R_S-waarde door:

$$R_{S(opt)}{}^2 = \frac{h_{FE}'}{g_m{}^2}\,[1 + 2g_m r_x] \tag{4.46}$$

We zijn nu in staat om een schatting te maken van het optimale werkpunt. Bij het opvoeren van de collectorstroom zal h_{FE}' aanvankelijk stijgen, en $T_{a(min)}$ zodoende afnemen. Uiteindelijk echter zal de $(1 + 2g_m r_x)$-term percentagegewijs sneller gaan toenemen dan h_{FE}', zodat er een optimale collectorstroom zal bestaan. De minimale ruis wordt dus gekenmerkt door:

$$\frac{1}{1 + 2g_m r_x} \frac{\partial 2g_m r_x}{\partial I_C}\bigg|_{U_{CE}} = \frac{1}{h_{FE}'} \frac{\partial h_{FE}'}{\partial I_C}\bigg|_{U_{CE}} \tag{4.47}$$

Volgens (4.47) geldt:

$$\frac{2g_m r_x}{1 + 2g_m r_x} = \frac{I_C}{h_{FE}'} \frac{\partial h_{FE}'}{\partial I_C}\bigg|_{U_{CE}} \tag{4.48}$$

We kunnen (4.48) allen toepassen als we weten hoe h_{FE}' met I_C varieert. Dit verloop is natuurlijk door meting te bepalen, maar in het geval van een silicium transistor, waarvoor $h_{FE}' \approx h_{FE}$, kunnen we een eenvoudige benadering invoeren. Normaliter worden de collector- en basisstroom voorgesteld door uitdrukkingen van de volgende vorm:

$$\begin{aligned} I_C &= I_{CK} \exp(eU_{EB}/kT) \\ I_B &= I_{BK} \exp(eU_{BE}/nkT) \end{aligned} \tag{4.49}$$

De tekens in (4.49) gelden voor een npn-uitvoering, terwijl I_{CK}, I_{BK} en n constanten zijn. Een typische waarde van n ligt omstreeks 1,2; deze waarde kan gemakkelijk worden gemeten aangezien $r_\pi = \partial U_{BE}/\partial I_B = nI_B/(kT/e)$. Er geldt zodoende:

$$a_{eo} = g_m r_\pi = n h_{FE}$$
$$n = a_{eo}/h_{FE} \tag{4.50}$$

n is dus de verhouding van de differentiële versterking a_{eo} en de gelijkstroomversterking h_{FE}.

Met behulp van (4.49) vinden we:

$$h_{FE} = \frac{I_{CK}^{1/n}}{I_{BK}} I_C^{(1-1/n)}$$
$$\left.\frac{\partial h_{FE}}{\partial I_C}\right|_{U_{CE}} = \frac{n-1}{n I_B} \tag{4.51}$$

Onder omstandigheden van optimale voorspanning moet dus gelden:

$$\frac{2 g_m r_x}{1 + 2 g_m r_x} = \frac{n-1}{n}$$

ofwel

$$1 + 2 g_m r_x = n \tag{4.52}$$

De minimale ruistemperatuur wordt zodoende:

$$\frac{T_{a(min)}}{T} = \sqrt{\frac{n}{h_{FE}}}$$

en de overeenkomstige waarde van R_s:

$$R_{s(opt)}{}^2 = \frac{n h_{FE}}{g_m{}^2} = \frac{a_{eo}}{g_m{}^2} = \frac{r_\pi}{g_m} \tag{4.53}$$

Bij wijze van specifiek numeriek voorbeeld nemen we aan dat een silicium transistor een n heeft van 1,2 en $r_x = 500\,\Omega$ voor lage collectorstroomwaarden. (4.52) levert hiervoor als beste werkpunt:

$$1 + 2 g_m r_x = 1{,}2$$
$$1/g_m = 10\, r_x = 5000\,\Omega$$

Als de transistor een temperatuur heeft van 290 °K, komt de bovenstaande voorwaarde neer op het voorschrijven van $I_C = 5\ \mu A$ als de collectorinstelstroom. Nemen we verder aan dat $h_{FE} = 120$ en $I_C = 5\ \mu A$, dan geldt volgens (4.53):

$$T_{a(min)} = (290\,°K)\sqrt{\frac{1{,}2}{120}} = 29\,°K$$

terwijl de optimale bronweerstand is:

$$R_{S(opt)} = 5000\sqrt{1{,}2 \cdot 120} = 60\ k\Omega$$

Merk op dat onze uitgangspunten dat $r_x \ll R_S$ en $r_x \ll r_\pi$ hiermee volledig verantwoord blijken.

De werkelijke ruisbijdrage van r_x is normaliter slechts ongeveer 10% van de totale ruis, als I_C en R_S voor een minimale T_a zijn ingesteld. Kan r_x echter worden verlaagd, dan neemt hierdoor de optimale I_C toe, waardoor h_{FE}' hoger wordt en we een lagere ruistemperatuur kunnen bereiken. Verder geeft (4.44) aan dat $T_a/T > r_x/R_S$ als het onvermijdelijk is om een lage R_S te gebruiken. Dit alles maakt een lage r_x dus beslist wenselijk.

4.5.5. *Grafische voorstelling van het ruisgedrag*

Uit de voorgaande bespreking is duidelijk gebleken dat R_S en $|I_C|$ de voornaamste schakelingsvariabelen voor de ruisberekening van een gegeven transistor vormen. Een praktische manier om het ruisgedrag grafisch voor te stellen is dus om de lijnen van constante ruistemperatuur in het $|I_C|$-versus-R_S-vlak uit te zetten. Dikwijls geven de leveranciers zelf al dergelijke grafieken op, die een goed uitgangspunt voor het schakelingsontwerp vormen. In fig. 4.8 is een dergelijke grafiek voor een typische planaire silicium-

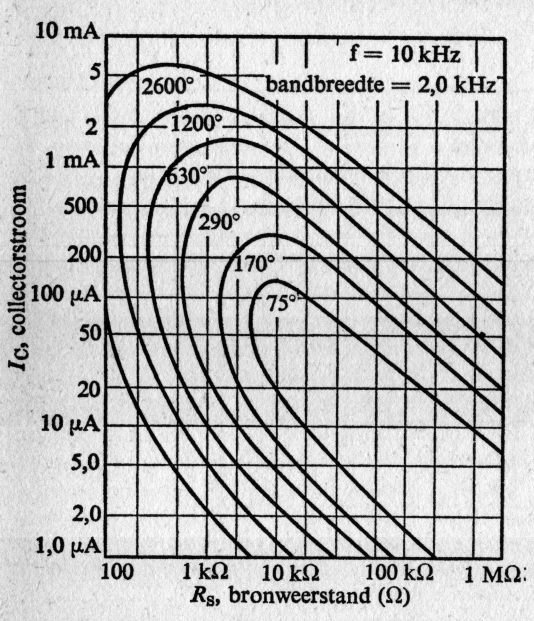


Fig. 4.8. Experimenteel bepaalde lijnen van constante ruistemperatuur in °K, voor een versterker met een silicium npn-transistor. $T = 25°C$, $U_{CE} = 5$ V.

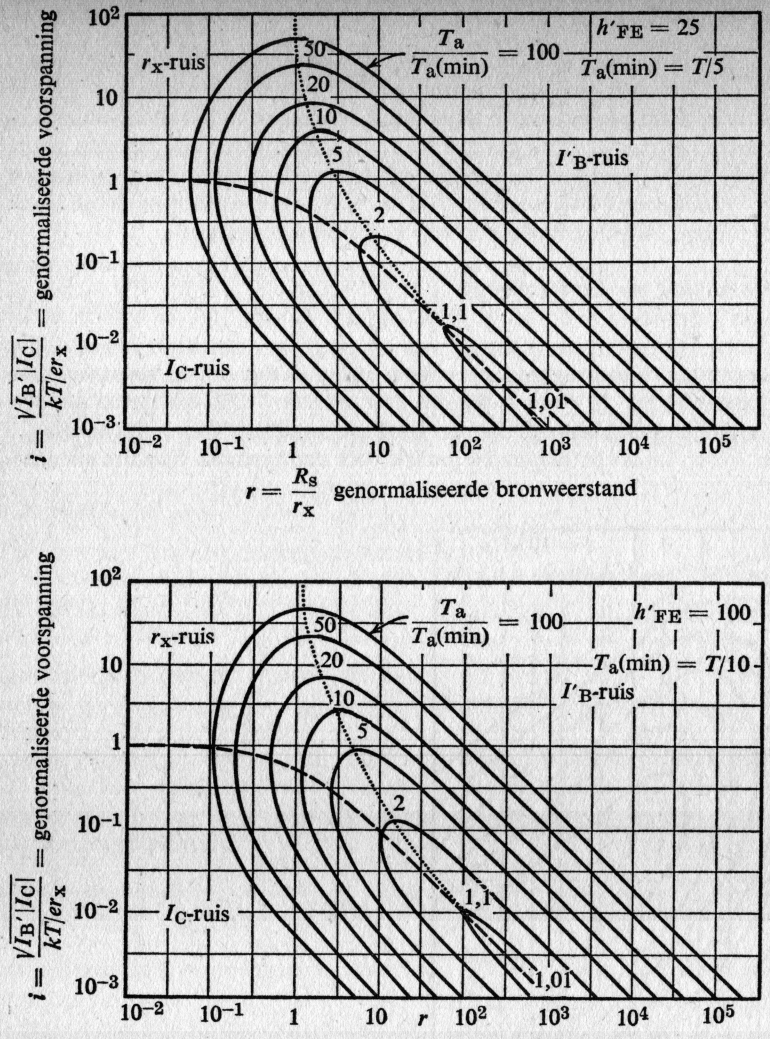


Fig. 4.9. Theoretische lijnen van constante ruistemperatuur voor een gemeenschappelijke-emitter-versterker bij temperatuur T. De uitgezette lijnen zijn gebaseerd op:

$$\frac{T_a}{T_{a(\min)}} = \left[\frac{1}{2ri} + \frac{ri}{2} + i + \frac{i}{2r}\right] + \frac{(h_{FE})^{\frac{1}{2}}}{r} \; ; \quad T_{a(\min)} = [h'_{FE}]^{-\frac{1}{2}}\, T.$$

transistor weergegeven.

Ter vergelijking met de experimentele gegevens zijn in fig. 4.9 theoretische lijnen op basis van het model in fig. 4.4a afgebeeld, waarbij h_{FE}' onafhankelijk van de stroomsterkte is verondersteld. Uit deze curven blijkt geen optimaal werkpunt, omdat de stroomafhankelijkheid van h_{FE}' hierin niet is inbegrepen. Overigens vertonen ze echter een goede overeenkomst met de gemeten resultaten. In de praktijk is één van de beste manieren om de effectieve waarde van r_x te bepalen, dan ook om de theoretische en experimentele curven onderling te vergelijken.

De stippel- en streeplijnen in fig. 4.9 dienen om de grafiek in drie gebieden te verdelen. Globaal gezien overheerst in elk gebied één bepaalde ruisbron, die als zodanig is vermeld. Zo is bij grote R_s en grote $|I_C|$ de hagelruis van I_B de belangrijkste factor. Merk op dat deze streep- en stippellijnen een soort optimale omstandigheden voorstellen. Als R_s vast staat, wordt het optimale voorspanningspunt gegeven door het snijpunt van de streeplijn met de betreffende R_s-lijn, terwijl als de instelstroom vast staat de optimale bronweerstand wordt gegeven door het snijpunt met de stippellijn.

De theoretische zowel als de experimentele curven geven aan dat men een goed ruisdrag kan bereiken over ver uiteenlopende voorspanningen en bronweerstanden, mits R_s betrekkelijk groot is ten opzichte van r_x, en de bronweerstand en voorspanning aan elkaar zijn 'aangepast'. Dat wil zeggen, we moeten er volgens (4.53) voor zorgen dat

$$R_s \approx \sqrt{r_\pi / g_m} \tag{4.54}$$

Denk eraan dat 4.54 alleen een aanpassing in een 'ruiszin' voorstelt. De keuze van R_s voor de beste (laagste) ruistemperatuur valt doorgaans niet samen met de beste keuze voor een maximale vermogensversterking. Verder kan men R_s alleen op de beste ruisprestaties instellen door de instelstroom de betreffende waarde te geven, een transformator te gebruiken, ofwel het equivalent hiervan; de toepassing van een in serie met of parallel aan de bron geschakelde weerstand kan *nooit* tot een verbetering in het ruisgedrag leiden.

De voorgaande afleidingen zijn alle op een eentraps-versterker gebaseerd geweest. Worden meerdere trappen in cascade geschakeld, dan zal de ruistemperatuur hoger worden vanwege de ruisbronnen die met de bijkomende trappen gepaard gaan. Om de toeneming van de ruis zo klein mogelijk te houden is het gewenst om grote versterkingsfactoren in de eerste trap te bereiken, en daarnaast een tweede trap met matig lage ruis te gebruiken. Past men bijvoorbeeld een transformatorloze koppeling tussen de trappen toe, dan moet de basisstroom van de tweede trap aanzienlijk lager zijn dan de collectorstroom van de eerste (we gaan steeds uit van gelijkstroom). Let er echter op dat als het minimaal maken van de ruis tot een werking leidt waarbij de vermogensversterking zeer gering is, de ruistemperatuur van een enkele trap niet langer een behoorlijke maatstaf voor de transistorruis levert. Brengt men bijvoorbeeld een kortsluiting tussen basis en collector aan, en werkt men met $I_B = I_C = 0$, dan levert dit een ruistemperatuur die vrijwel gelijk is aan nul, maar het geheel kan dan toch nauwelijks als een optimaal ontwerp worden beschouwd. Gelukkig vallen de voorwaarden voor minimale ruistemperatuur

voor de meeste transistors in het actieve gebied samen met de voorwaarden voor een redelijke vermogensversterking, zodat de ruistemperatuur van de ingangstrap een goede maat levert voor de ruisprestaties van de gehele versterker. We zijn in dit hoofdstuk steeds uitgegaan van een gemeenschappelijke-emitterconfiguratie, maar precies dezelfde methoden zijn op andere configuraties van toepassing. In de regel is de minimale ruistemperatuur vrijwel onafhankelijk van de gebruikte configuratie, hetzij gemeenschappelijke-emitter, gemeenschappelijke-basis of gemeenschappelijke-collectoraansluiting. Meestal wordt de ingangstrap echter als gemeenschappelijke-emitteraansluiting uitgevoerd, omdat deze een grotere vermogensversterking levert en de ruis in de tweede trap zodoende lager kan worden gehouden.

4.5.6. *De ruisfactor en de ruisweerstand*

De ruisfactor, aangeduid met F, is een alternatieve parameter die ook veel wordt toegepast voor de beschrijving van het ruisgedrag. Voor tweepoorten is de ruisfactor direct met de ruistemperatuur verbonden door de betrekking

$$F \equiv 1 + \frac{T_a}{290\,^\circ\mathrm{K}} \tag{4.55}$$

Een alternatieve en equivalente definitie is: *F is de verhouding tussen het door de versterker aan een belasting afgegeven ruisvermogen en het ruisvermogen dat zou worden afgegeven als de bronweerstand, R_s, bij een standaardtemperatuur van* 290 °K, *het enige ruis veroorzakende onderdeel zou zijn.* Hieruit blijkt dat $F = 1$ inhoudt dat de versterker zelf geen ruis bijdraagt, maar voor elke praktische versterker moet F natuurlijk groter dan 1 zijn. Normaliter wordt F in decibel opgegeven, zodat een ruistemperatuur van bijvoorbeeld 29 °K overeenkomt met $F = 1{,}1$ ofwel $F = 0{,}4$ dB.

Vroeger was de ruisfactor de meest gebruikte maatstaf, maar deze grootheid is toen dikwijls verkeerd gebruikt, voornamelijk door een onvoldoende exacte definitie (in het begin) en doordat men niet voldoende inzicht had in de rol van de referentietemperatuur (290 °K).

Het ruisgedrag van een tweepoort kan ook worden uitgedrukt in termen van een *ruisweerstand*, R_n, gedefinieerd door

$$\frac{R_n}{R_s} = \frac{T_a}{290\,^\circ\mathrm{K}} \tag{4.56}$$

De parameter R_n kan ook worden gedefinieerd als *de weerstand die bij* 290 °K *wordt gekenmerkt door een equivalente Thévenin-ruisbron welke gelijk is aan de ingangsruisspanning van de versterker in de Thévenin-vervanging*. Merk op dat R_n van R_s afhangt. De ruisweerstand is uiteraard een andere functie van R_s dan F of T_a; het zo laag mogelijk maken van R_n ten opzichte van R_s komt dus niet overeen met het zo laag mogelijk maken van hetzij F of T_a ten opzichte van R_s.

We wijzen er op dat het voorschrijven van R_s en T_a equivalent is aan het voorschrijven

van R_n en F. Voor de meeste doeleinden is het eerste echter minder verwarrend, en gemakkelijker tot systemen met meerdere ingangen uit te breiden.

4.6. RUISBEREKENINGEN VOOR FREQUENTIEAFHANKELIJKE NETWERKEN

4.6.1. *Inleiding*

Behalve in het geval van de warmteruis- en hagelruisafleidingen, zijn alle berekeningen in de voorgaande paragrafen van dit hoofdstuk steeds gebaseerd geweest op de gang van zaken in het tijdsgebied. Dit was gewettigd omdat tot dusver is aangenomen dat de netwerken over het betreffende frequentiebereik resistief waren. In deze paragraaf zullen we enkele methoden behandelen voor de berekening van het ruisgedrag over een breder frequentiebereik, zodat dan ook de frequentieafhankelijkheid van de netwerken in rekening moet worden gebracht. De bespreking hiervan moet uitgedrukt worden in termen van frequentieafhankelijke grootheden, waarbij het essentiële probleem volgens par. 4.2.3 wordt gevormd door het verband tussen de spectrale dichtheid aan de uitgang en die aan de ingang.

4.6.2. *Berekening van de spectrale dichtheid aan de uitgang bij één ruisbroningang*

De afleiding van de uitdrukking voor de spectrale dichtheid aan de uitgang van een netwerk is gebaseerd op de autocorrelaties van de ingangs- en uitgangsspanningen u_i en u_o (fig. 4.10).

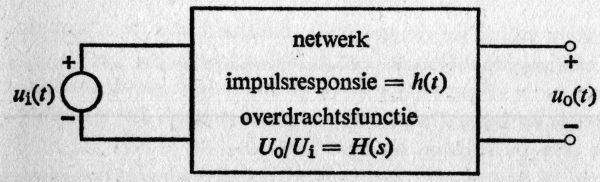


Fig. 4.10. Definitie van de variabelen.

$$R_i(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} u_i(t) u_i(t + \tau)\, dt \tag{4.57}$$

$$R_o(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} u_o(t) u_o(t + \tau)\, dt \tag{4.58}$$

Bovendien hebben we hierbij de convolutie-integraal nodig, die $u_o(t)$ via de impulsresponsie met $u_i(t)$ verbindt:

$$u_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t_1) u_i(t - t_1)\, dt_1 \tag{4.59}$$
$$\equiv h(t) * u_i(t)$$

waarin het symbool * de convolutiebewerking voorstelt. Als we (4.59) gebruiken om u_o uit (4.58) te elimineren en geschikte veranderingen aanbrengen in de variabelen en de integratievolgorde, levert dit:

$$R_o(\tau) = R_i(\tau) * R_h(\tau) \tag{4.60}$$

waarin R_h de autocorrelatie van de impulsresponsie voorstelt:

$$R_h(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) h(t + \tau)\, dt \tag{4.61}$$

Omdat convolutie in het tijdsgebied overeenkomt met vermenigvuldiging in het frequentievlak, krijgen we door (4.60) naar het frequentievlak te transformeren en over te schakelen op eenzijdige spectra:

$$S_{u(\text{uitgang})} = S_{u(\text{ingang})} \, |H(f)|^2 \tag{4.62}$$

In woorden uitgedrukt: *de spectrale dichtheid van de uitgang kan worden gevonden door de spectrale dichtheid aan de ingang te vermenigvuldigen met het kwadraat van de overdrachtsfunctie.*

Om hiervan een voorbeeld te geven zullen we de spectrale dichtheid van de uitgangsruis berekenen voor het in fig. 4.11a afgebeelde eenvoudige *RC*-netwerk. In het in fig. 4.11b getekende vervangingsschema is de ruisbron die door de weerstand wordt veroorzaakt, expliciet aangegeven. Verder is de signaalbron hierin op nul gesteld. De spectrale dichtheid van de ruisbron u_{nr} is aan de ingang, volgens par. 4.3.2 en 4.3.3:

$$S_{u(\text{ingang})} = 4kTR$$

De in dit geval gezochte overdrachtsfunctie is de spanningsverhouding

$$\frac{U_o(s)}{U_i(s)} = H(s) = \frac{1}{RCs + 1}$$

zodat we met behulp van (4.62) vinden:

$$S_{u(\text{uitgang})} = \frac{4kTR}{2(\pi RCf)^2 + 1}$$

Om hieruit de effectieve waarde van de uitgangsspanning u_o te vinden, gebruiken we de stelling van Parseval [zie (4.9)]:

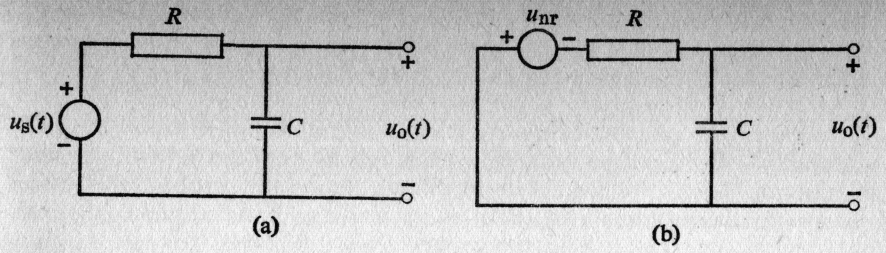


Fig. 4.11. Ruisberekeningen van een eenvoudig RC-netwerk: a. netwerk; b. ruismodel, waarin de bronspanning $u_s(t)$ op nul is gesteld.

$$\overline{u_o^2(t)} = \int_0^\infty S_{u(\text{uitgang})}\, df$$

$$= 4kT \int_0^\infty \frac{R}{(2\pi RCf)^2 + 1}\, df$$

Aangezien de bepaalde integraal

$$\int_0^\infty \frac{a}{a^2 + x^2}\, dx = \pi/2 \qquad \text{voor} \qquad a > 0$$

blijkt de effectieve waarde van de uitgangsruisspanning van een eenvoudig *RC*-filter te worden gegeven door

$$\overline{u_o^2(t)} = kT/C$$

4.6.3. *De ruis-bandbreedte*

Volgens de gebruikelijke definitie is de —3dB-bandbreedte van het filter in het bovenstaande voorbeeld $f_h = 1/(2\pi RC)$. Het is duidelijk dat dit *niet* de juiste waarde is om voor Δf in (4.21) te substitueren om de effectieve uitgangsruis te vinden, omdat de bandbreedte Δf in die vergelijking was gebaseerd op een filter met abrupte afsnijdingen. Door de beide resultaten gelijk te stellen kunnen we echter de vereiste waarde van Δf voor dit speciale eenpolige *RC*-filter in *R* en *C* uitdrukken:

$$kT/C = 4kTR\,\Delta f$$

$$\Delta f = 1/4RC$$

Men noemt dit de ruis-bandbreedte van een filter, en in dit geval is de waarde ervan $\pi/2$ maal de —3dB-bandbreedte. Voor andere filters zouden we uiteraard andere uitkomsten

krijgen. In het geval van een afgestemde versterker bijvoorbeeld met drie elkaar niet beinvloedende afgestemde kringen die alle op dezelfde frequentie zijn afgestemd, zou de ruis-bandbreedte slechts 5% groter zijn dan de —3dB-bandbreedte.

4.6.4. *Berekening van de spectrale dichtheid aan de uitgang bij meerdere ruisbroningangen* Als we de spectrale dichtheid aan de uitgang willen bepalen voor een netwerk met meer dan één ruisbron, moeten we een zekere modificatie van (4.62) invoeren. Stel dat er n ruisbronnen zijn, met de spanningen van u_1, u_2, $u_3 \ldots$ Er geldt dan op grond van superpositie:

$$u_o(t) = [h_1(t) * u_1(t)] + [h_2(t) * u_2(t)] + \ldots \tag{4.63}$$

waarin $h_k(t)$ de responsie aan de uitgangsklemmen voorstelt bij toevoer van een impuls aan de k-de ingang. Wanneer we nu dezelfde werkwijze toepassen als in het voorgaande geval, dat wil zeggen (4.63) in (4.58) substitueren en de Fourier-transformatie van de zo verkregen vergelijking opstellen, levert dit:

$$\mathbf{W}_o(f) = \mathbf{W}_1(f)\,|\mathbf{H}_1(f)|^2 + \mathbf{W}_2(f)\,|\mathbf{H}_2(f)|^2 + \ldots + \mathbf{W}_{12}(f)\mathbf{H}_1(f)\mathbf{H}_2^*(f) + \mathbf{W}_{21}(f)\mathbf{H}_1^*(f)\mathbf{H}_2(f) + \ldots \tag{4.64}$$

waarin $\mathbf{W}_{12}(f)$ de wederzijdse beïnvloeding van de ruisbronnen u_1 en u_2 voorstelt, gedefinieerd als de Fourier-transformatie van hun wederzijdse-correlatiefunctie $R_{12}(\tau)$:

$$R_{12}(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} u_1(t) u_2(t + \tau)\, \mathrm{d}\tau \tag{4.65}$$

Deze term treedt alleen op als er een correlatie tussen de beide ruisbronnen bestaat.

Vervolgens moeten we van de tweezijdige $\mathbf{W}(f)$- naar de eenzijdige $S(f)$-voorstelling van de spectrale dichtheid overgaan. We merken op dat $R_{12}(\tau)$ en $R_{21}(\tau)$ reëel zijn, zij het in het algemeen niet even, en dat :

$$R_{12}(\tau) = R_{21}(-\tau) \tag{4.66}$$

Omdat $\mathbf{W}_{12}$, $\mathbf{W}_{21}$, $\mathbf{H}_1$ en $\mathbf{H}_2$ alle door transformatie van reële functies zijn verkregen, zal elk van deze functies en elk produkt zodanig zijn dat het reële deel even, en het imaginaire deel oneven is. (4.66) houdt dus in dat:

$$\mathbf{W}_{21}(f) = \mathbf{W}_{12}^*(f) = \mathbf{W}_{12}(-f) \tag{4.67}$$

De term met $\mathbf{W}_{12}$ in (4.64) is zodoende het complexe conjugaat van de term met $\mathbf{W}_{21}$, zodat:

$$\mathbf{W}_{12}(f)\mathbf{H}_1(f)\mathbf{H}_2^*(f) + \mathbf{W}_{21}(f)\mathbf{H}_1^*(f)\mathbf{H}_2(f) = 2\,\mathrm{Re}[\mathbf{W}_{12}(f)\mathbf{H}_1(f)\mathbf{H}_2^*(f)] \tag{4.68}$$

Het 'reële deel' is een *even* functie van f. We mogen (4.64) dus schrijven als een som van termen die even zijn in f, waardoor we op een gemakkelijke manier kunnen over-

schakelen op eenzijdige spectra:

$$S_o(f) = S_1(f)|\mathbf{H}_1(f)|^2 + S_2(f)|\mathbf{H}_2(f)|^2 + \ldots + 2\,\mathrm{Re}[S_{12}(f)\mathbf{H}_1(f)\mathbf{H}_2{}^*(f)] + \ldots \tag{4.69}$$

waarin

$$S_{12}(f) = 2W_{12}(f) \quad \text{voor} \quad f \geqq 0$$

Om het gebruik van (4.69) te demonstreren willen we de spectrale dichtheid van de uitgangsruis van een getransistoriseerde eentraps-versterker berekenen, waarbij we r_x en de daarmee verbonden ruis eenvoudigheidshalve buiten beschouwing laten. (We voeren dus dezelfde berekening uit als in par. 4.5.3, met dit verschil dat nu C_π en C_μ in de berekeningen worden opgenomen.) Het ruismodel van deze versterker is in fig. 4.12 afgebeeld. We kennen de spectrale dichtheden van u_{ns}, i_{ni} en i_{no} uit eerder uitgevoerde berekeningen. We nemen aan dat de bronnen niet gecorreleerd zijn, zodat de wederzijdse spectrale dichtheden $S_{jk}(f)$ alle nul zijn (een veronderstelling die nauwkeurig is voor $f < f_T/2$). Om de spectrale dichtheid te berekenen van de uitgangsruisstroom bij kortgesloten ingangsklemmen, $S'_{i(\text{uitgang})}$, stellen we u_s nul en vervangen we de bronweerstand en de bijbehorende ruisbron door de Norton-vervanging ervan. De gezochte overdrachtsfunctie van ingang naar uitgang wordt zo:

$$\frac{\mathbf{I}_o(s)}{\mathbf{I}_i(s)} = \mathbf{A}_i(s) \approx \frac{g_m}{g_\pi + G_s + s(C_\pi + C_\mu)} \tag{4.70}$$

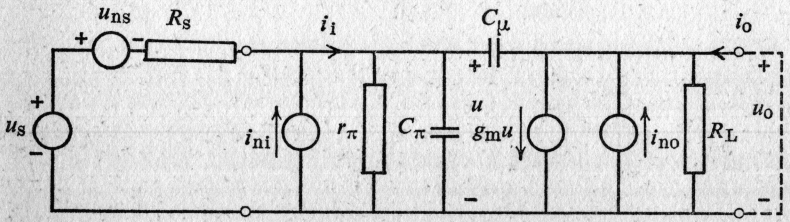


Fig. 4.12. Transistorruisberekening, waarin de invloeden van C_μ en C_π zijn inbegrepen.

Voor de uitgangsruisbron is de gezochte overdrachtsfunctie uiteraard 1. (4.69), (4.27) en (4.28) leveren ons voor de spectrale dichtheid aan de uitgang

$$S'_{i(\text{uitgang})} = [2eI_B' + 4kT_sG_s]|A_i|^2 + [2e|I_C|] \tag{4.71}$$

4.6.5. *Frequentieafhankelijkheid van de ruistemperatuur*

Eén interpretatie van (4.71) is dat als C_π en C_μ in de ruisberekeningen van de transistor worden verdisconteerd, de ruistemperatuur van de versterker een functie van de frequentie wordt. Om dit aan te tonen bepalen we opnieuw de vereiste temperatuur van de bron-

weerstand alléén die dezelfde spectrale dichtheid van de uitgangsruis levert als hierboven is berekend:

$$S'_{i(\text{uitgang})} = 4k(T_s + T_a)G_s|A_i|^2 \tag{4.72}$$

Door dit resultaat gelijk te stellen met de uitkomst van (4.71) en T_s te elimineren krijgen we:

$$4kT_aG_s = 2eI_B' + \frac{2e\,|I_C|}{|A_i|^2} \tag{4.73}$$

Substitutie van A_i uit (4.70) levert:

$$4kT_aG_s = 2eI_B' + 2e\,|I_C|\,\frac{(G_s + g_\pi)^2 + \omega^2(C_\pi + C_\mu)^2}{g_m{}^2} \tag{4.74}$$

Let er weer op dat in de vergelijking voor de ruistemperatuur, (4.74), *niet de belastingsweerstand voorkomt, omdat de ruistemperatuur onafhankelijk is van de belasting*, en zodoende voor willekeurige belastingsomstandigheden kan worden berekend. Merk echter op dat *de spectrale dichtheid van de uitgang een functie is van de belastingsweerstand*, omdat vermogensniveaus en bandbreedten beide van R_L afhangen.

Om de berekening van de ruistemperatuur af te sluiten moeten we (4.74) naar T_a oplossen, en wel door substitutie van (4.38):

$$\frac{T_a(\omega)}{T} \approx \frac{T_a(f = 10\text{ kHz})}{T} + \frac{\omega^2(C_\pi + C_\mu)^2}{2G_sg_m} \tag{4.75}$$

Omdat $\omega_T = g_m/(C_\pi + C_\mu)$, kunnen we (4.75) ook schrijven als:

$$\frac{T_a(f)}{T} \approx \frac{T_a(f = 10\text{ kHz})}{T} + \frac{g_m}{2G_s}\frac{f^2}{f_T{}^2} \tag{4.76}$$

Voor het speciale geval dat T_a bij 10 kHz optimaal wordt gemaakt, zoals in par. 4.5.3 is gedaan, wordt (4.76):

$$\frac{T_a(f)}{T} \approx \sqrt{\frac{1}{h_{FE}'}} + \frac{\sqrt{h_{FE}'}}{2}\frac{f^2}{f_T{}^2} \tag{4.77}$$

voor frequenties boven enkele kHz. T_a neemt voor $f = \sqrt{2/h_{FE}'}f_T$ tot ongeveer tweemaal de minimale waarde toe, zodat het belangrijk is om een transistor te gebruiken waarvan de f_T veel groter is dan de bovenste —3dB-frequentie van de versterker. Let er verder op dat de eerste term in (4.77) bij hoge frequenties verwaarloosbaar is, zodat het gewenst kan zijn om de instelstroom op te voeren om f_T groter te maken. Helaas wordt de analyse van de hoogfrequentruis gecompliceerd door het feit dat r_x van de voorspanning en de frequentie afhangt, omdat r_x bij hoogfrequentversterkers een belangrijker rol speelt. Dit is echter een probleem dat we hier verder buiten beschouwing zullen laten.

Bij lage frequenties verloopt het ruisvermogen ongeveer volgens $1/f$, zodat $T_a(f)$

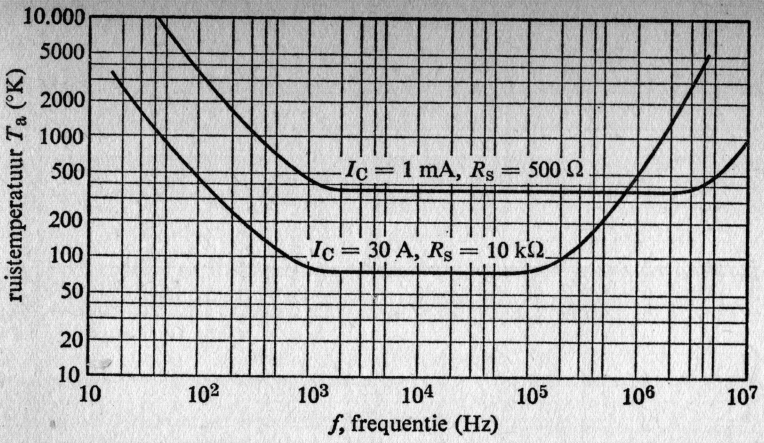


Fig. 4.13. Ruistemperatuur uitgezet tegen de frequentie voor een typische gemeenschappelijke-emitterversterker. $U_{CE} = 5$ V, $T = 25$°C.

dan van de volgende vorm wordt

$$\frac{T_a(f)}{T} = \frac{f_L}{f} + \frac{T_a(f = 10\text{ kHz})}{T} + \frac{g_m}{2G_s}\frac{f^2}{f_T^2} \tag{4.78}$$

waarin f_L een meetbare constante is, die van de voorspanning en de bronimpedantie afhangt. In fig. 4.13 zijn de meetresultaten van een typische lage-ruisversterker weergegeven, de frequentieafhankelijkheid blijkt in dit geval globaal gezien overeen te komen met die in (4.78), $f_L \approx 400$ Hz.

Een andere manier om de frequentieafhankelijkheid van de ruistemperatuur voor te stellen is door middel van een aantal ruislijnen, van het in fig. 4.8 weergegeven type. Fig. 4.14 geeft een dergelijke schaar voor dezelfde transistor van fig. 4.13.

Een belangrijk aspect is dat f_T bij lage collectorstroomwaarden bij benadering volgens $|I_C|^{-1}$ varieert. Bij collectorstromen van enkele microampère is de f_T van zelfs de beste transistor niet groter dan ongeveer 1 MHz, zodat de waarde van $T_{a(min)}$ van C_π en C_μ afhangt voor frequenties die niet ver van het audiobereik liggen, áls ze daar al boven gelegen zijn. Voor afgestemde versterkers met lage ruis die in het gebied van meerdere MHz werken, zal het optimale werkpunt zeer sterk afhangen van de invloed van de collectorstroom op f_T. De in dit hoofdstuk behandelde methoden kunnen ook voor de analyse van dit hoogfrequentprobleem worden toegepast.

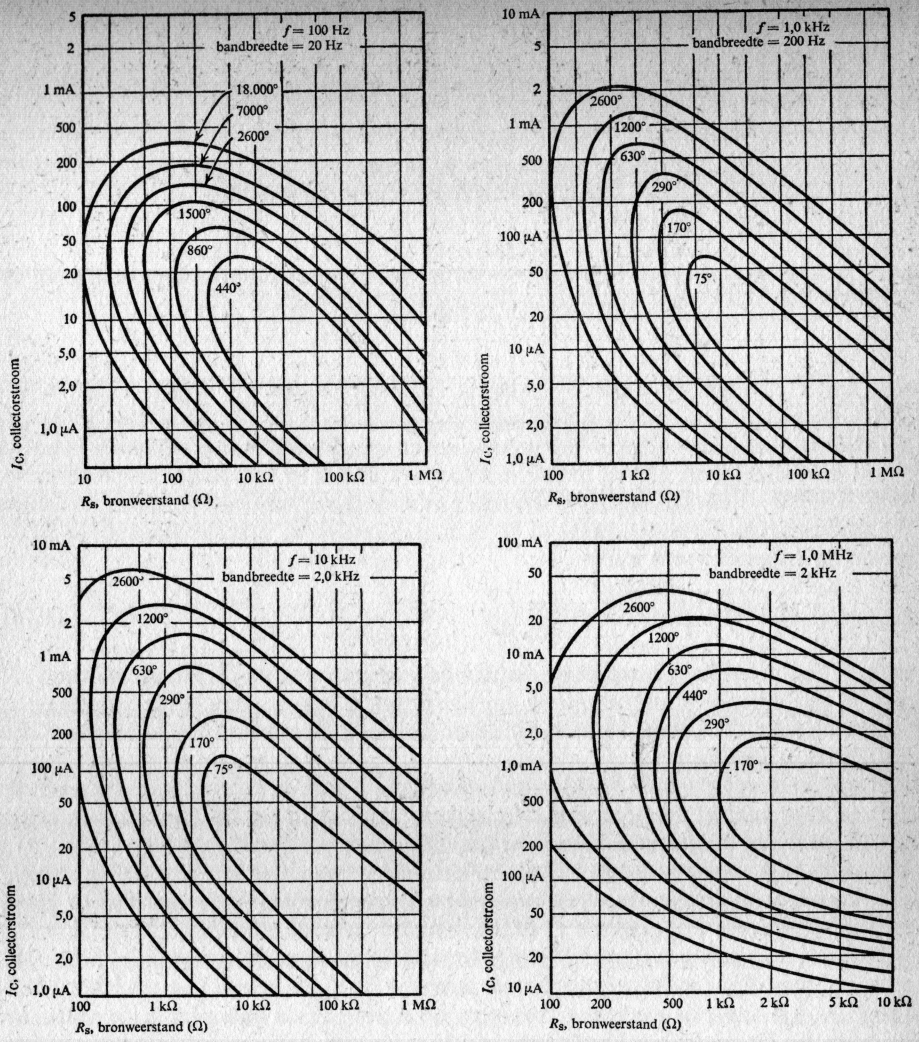


Fig. 4.14. Experimenteel bepaalde lijnen van constante ruistemperatuur in °K, voor dezelfde versterker als in fig. 4.13 is gebruikt.

A	junctie-oppervlak
A	versterking
b	basis van een transistor
C	capaciteit
C_{bc}, C_{be}	extrinstieke capaciteiten in het hybride-π-model
C_{je}	differentiële capaciteit van de emitter-ruimteladingslaag
C_{sc}	overlapcapaciteit
C_{μ}	terugkoppelcapaciteit in het hybride-π-model
C_{π}	capaciteit in het hybride-π-model
C_{12}	correlatiecoëfficiënt voor ruisbronnen
c	collector transistor
D	diffusiestroomcoëfficiënt van de ladingdragers
D'	effectieve diffusiestroomcoëfficiënt
E	elektrische veldsterkte
e	elektronlading, elementaire lading ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C)
e	grondtal van de natuurlijke logaritmen
e	emitter van een transistor
F	ruisfactor
f	frequentie
f_0	midbandfrequentie
f_T	frequentie waarbij de absolute waarde van de stroomversterking bij gemeenschappelijke-emitteraansluiting voor kleine signalen tot 1 geëxtrapoleerd wordt
G, g	conductantie
g_m	steilheid, differentiële steilheid van een junctietransistor
g_0	uitgangsgeleidbaarheid in het hybride-π-model (in verband met basisdiktemodulatie)
g_x	basisgeleidbaarheid in het hybride-π-model
g_{μ}	terugkoppelgeleidbaarheid in het hybride-π-model
g_{π}	geleidbaarheid in het hybride-π-model die de grotere recombinatie bij overmaat ladingopslag verdisconteert
h	constante van Planck ($6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J · s)
h_i	kortsluitingangsimpedantie
h_f	kortsluitstroomversterking(sfactor) in de voorwaartsrichting
h_0	uitgangsadmittantie bij open ingangskring
h_r	spanningsreactiefactor bij open ingangskring
I, i	stroomsterkte, elektrische stroom

I_{CBO} de verzadigingsstroom van de collectorjunctie met niet-aangesloten emitter

I_{CS} kortsluitverzadigingsstroom van de collectorjunctie, dat wil zeggen de verzadigingsstroom wanneer de emitter kortgesloten is met de basis

I_{EBO} de verzadigingsstroom van de emitterjunctie met niet-aangesloten collector

I_{ES} kortsluitverzadigingsstroom van de emitterjunctie, dat wil zeggen de verzadigingsstroom wanneer de collector kortgesloten is met de basis

J (elektrisch) stroomdichtheid

k constante van Boltzmann ($1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J · °K^{-1})

L inductantie

L diffusielengte van ladingdragers

l dikte, totale dikte van de uitputtingslaag bij een junctie

M vermenigvuldigingsfactor van de lawinestroom

N_D donorconcentratie aan de n-kant van een abrupte junctie

n elektronenconcentratie

n_i intrinsieke dragersconcentratie

P vermogen

p gatenconcentratie

$PG(s)$ positieve, passieve versterkersfunctie

Q ladingopslag in een transistor

R, r weerstand

r_B transversale weerstand van het basisgebied

r_0 uitgangsweerstand in het hybride-π-model (r_{ce})

r_x basisweerstand in het hybride-π-model ($r_{bb'}$)

r_μ terugkoppelweerstand in het hybride-π-model ($r_{b'c}$)

r_π weerstand in het hybride-π-model

s complexe frequentievariabele

$R(\tau)$ autocorrelatiefunctie

$S(f)$ spectrale dichtheid bij de frequentie f

T temperatuur in graden Kelvin, absolute temperatuur

T_t oversteektijd

U, u spanning, potentiaal, spanningsverschil tussen twee punten

U_{dCBO} doorbraakspanning van collector naar basis met niet-aangesloten emitter

U_h parameter

U_{RT} doordringspanning (reach-through voltage)

v_l verzadigingssnelheid

W energie

$W(f)$ fourrier-getransformeerde van de autocorrelatiefunctie $R(\tau)$

w dikte, dikte van het neutrale basisgebied van een transistor

w_B dikte van het basisdeel waar de transversale basisstroom vloeit

Y, y admittantie

y_f y_i y_o y_r	*y*-parameters
Z, z	impedantie
a_{bF}	stroomversterking voor grote signalen in de voorwaartsrichting (gemeenschappelijke basisconfiguratie)
a_{bR}	idem in de omkeerrichting
a_{eo}	laagfrequentwaarde van a_e
a_{eo}'	schijnbare differentiële kortsluitstroomversterking bij gemeenschappelijke emitteraansluiting
Δ	(vóór een variabele) geeft een geringe verandering aan
δ_e	emitterverlies (door recombinatie)
θ	thermische weerstand
μ	dragersbeweeglijkheid
ξ	transversale dimensie
ρ	soortelijke weerstand
ρ_0	soortelijke weerstand bij beperkte injectie
σ	soortelijk geleidingsvermogen
φ	elektrostatische potentiaal
ψ	elektrostatische potentiaal
ψ_0	elektrostatische potentiaal van een junctie in evenwichtssituatie
ω	hoekfrequentie
ω_0	midfrequentie, frequentie in het midden van de doorlaatband

REGISTER

Afknijpen (*emitter crowding of finch out*) 29, 33
autocorrelatiefunctie 122

Bandbreedtelimiet 107
basis, gediffundeerde 19
basisdeel, actief 28
–, inactief 28
basisspreiding (base stretching) 45
basisweerstand 10
–, extrinsieke 28
Boltzmann – betrekkingen 20

Dember-potentiaal 23
diffusiecomponent 16
diffusiestroomcoëfficiënt, effectieve 17, 20
doordringing (punch-through) 42
dragersinjectie in de emitter 19-20

Ebers-Moll-model 9, 11
Einstein, betrekking van 17
emitter crowding, zie: *afknijpen*
emitterverlies 20
epitaxiale transistor 40

Faseverschuiving, zie: *vertraging*

Geleidbaarheid 22

Homogene basis 17
hoogfrequentgedrag 55
houdspanning 47
hybride - π - model 9

Injectie, sterke 12
inknijping 52

Ladingopslagmodel 9
longitudinaal 10

Minderheidstransport in de basis 17-19

Nominale waarden 60
neutraliseren 92

Paarvorming 46
passieve versterkingsfunctie 79
pinch out, zie: *afknijpen*
pnip – transistor 56
punch-through (doordringing) 42

Quasi-neutraliteit 17, 22

Ruis van de basisweerstand 136
ruis, bij optimale voorspanning 143
–, spectrale dichtheid 121
ruis, flikker- 131, 132
ruis, hagel- 124
ruis, weerstands- 130, 131
ruis, 1/f- 132
ruisbronnen, optelling van 121
ruisfactor 150
ruisgedrag, grafische voorstelling 147
ruismodel 129
ruistemperatuur 138-140
–, frequentie-afhankelijkheid 155

Secundaire doorbraak 76
snelheidsbegrenzingen 77-119
snelheidsbeperkingen, grote signalen 112-119
snelheidsbeperkingen door σ_m opgelegd 107-110
steilheid 9
stijgsnelheid 113

Temperatuurbegrenzingen 62-75
thermal runaway (thermische instabiliteit) 68
thermische instabiliteit, laterale 68, 73-76
– instabiliteiten (thermal runaway) 68-76
– massa 67
– spanning 9
– weerstand, inwendige 64
transversaal 10
transversale ohmse spanningsverliezen 27-36
transversale weerstand 32

Unilaterale versterkers 91-93

Vermenigvuldigingsfactor 46
vermogensbegrenzing 62-75
versterkings-bandbreedteprodukt 77-91
vertraging (faseverschuiving) 107

Warmteafleider 65

hoe werkt dat?

de techniek verklaard in woord en beeld

(bestelnr. PT10/11)

deze kolossale technische vraagbaak in twee technica-delen, samen 736 bladzijden, geeft antwoord op alle 'technische' vragen
naast elke tekstpagina een pagina met instructieve kleurenillustraties

● Inhoud deel 1 en deel 2

grondbegrippen;
meten, meetapparatuur en navigatie;
energie, opwekking en toepassing;
elektrotechniek;
elektronica en communicatietechniek;
optische apparaten, fotografie en film;
bouw- en verwarmingstechniek;
techniek in de huishouding en het ziekenhuis;
kantoor- en rekenmachines en automaten;
industriële grondstoffen;
levensmiddelen en genotmiddelen;
textiel- en grafische industrie;
autotechniek en landbouwmachines;
andere vervoermiddelen;
register.

● Enige markante voorbeelden:

Geluidstrillingen, ultrasone trillingen;
kwartsklok, barometer, gasmeter;
stoomketels, kernreactors, centrifuges;
dynamo's gloeilampen, bliksemafleiders;
zenders, ontvangers, telefoon, telegrafie;
microscoop, camera, polaroid;
bruggen, kranen, verwarming, air-conditioning;
toiletten, geisers, sloten, koelkasten;
stofzuigers, naaimachines, röntgenapparaten,
narcotiseerapparaten, elektrocardiografie,
ijzeren long, hart-long-machine;
vulpennen, automaten, juke-boxen.

prisma technica / het spectrum n.v.

Prisma-autogids 1970

(bestelnr. P 1409)

een complete 'auto-RAI' in uw boekenkast!

- van de verkrijgbare merken de verschillende modellen met afbeelding, prijs, importeur
- bij elk model alle gegevens over motor, transmissie, carrosserie, maten, gewichten, acceleratietijden
- maar ook allerlei interessante en belangrijke 'kleinere' bijzonderheden, als: of de auto kindersloten heeft, wat de inhoud van de kofferruimte is, of de choke een verklikkerlampje heeft
- naast een prijslijst van alle in Nederland en België verkrijgbare auto's, een tabel met inruilwaarden van een aantal populaire merken
- hét auto-jaarboek voor de automobilist voor de aspirant-autokoper voor de hobbyist
- hét middel om de auto te kiezen die het best beantwoordt aan de persoonlijke behoeften, smaak, eisen en beurs van de automobilist

het spectrum n.v.

handboek van de economie

(bestelnr. A350/351)

integrale nederlandse editie
van het recent herziene
standaardwerk
het wereldvermaarde, alom
ingevoerde handboek van
Paul A. Samuelson

● Inhoud deel 1

fundamentele economische begrippen en
het nationaal inkomen;
totstandkoming en fluctuaties van het
nationaal inkomen;
noten.

● Inhoud deel 2

samenstelling en prijsvorming van de
nationale produktie;
inkomensverdeling: de prijsvorming van de
productiefactoren;
internationale handel en financiën;
huidige economische problemen;
noten;
register op deel 1 en 2.

een onovertroffen handboek voor de
student in de economie op universitair
én op lager niveau
basis voor velerlei cursussen en
leergangen
uitermate geschikt voor zelfstudie
en boeiende leesstof voor
geïnteresseerden in onderwerpen als
inflatie, werkloosheid, welvaart.

twee aula-delen / het spectrum n.v.

handboek van de psychologie (bestelnr. A435/436)

volledig, up-to-date handboek van
'de wetenschap der menselijke natuur'
een aantrekkelijk studieboek
een heldere informatiebron
door Frank Geldard

● Inhoud deel 1

de menselijke natuur en de wetenschap;
motivatie en de fundamentele gedrags-
mechanismen;
emoties als drijfveren;
het leerproces;
de opbouw van het gedrag;
zintuiglijke gevoeligheid;
visuele en auditieve bases van de waarneming;
andere waarnemingskanalen;
afgeleide motieven;
de wisselwerking der motieven;
de ontwikkeling van de vaardigheden;
onthouden en vergeten;
het oplossen van problemen en het denken;
noten;
bibliografie.

● Inhoud deel 2

de wereld van de waarneming;
waarneming van ruimte en tijd;
de ontwikkeling van de individualiteit;
capaciteiten en hoe deze gemeten worden;
het wezen van persoonlijkheid;
stoornissen in de persoonlijkheid;
het individu in de groep;
groepsgedrag;
psychologie en de toekomst;
noten;
bibliografie;
register op deel 1 en 2.

twee aula-delen / het spectrum n.v.

Dit boek handelt over de fysische achtergronden van de werking van de transistor. Speciaal worden die natuurkundige aspecten belicht die een beperking opleggen aan bijvoorbeeld maximumspanning, maximumstroom, bandbreedte, maximum- en minimumtemperatuur, enz. In sommige gevallen leidt dit tot een modificatie van het eenvoudige transistorvervangingsschema, in andere gevallen moeten speciale netwerkanalysetechnieken worden toegepast. Wilt u de eisen wat betreft kosten en betrouwbaarheid opvoeren, ontwerpt u schakelingen waarbij de tweede-orde-effecten niet verwaarloosd mogen worden, bent u betrokken bij de constructie van transistors? Bestudering van dit boek zal u grote diensten bewijzen.

70000116